



UNIVERSIDAD
DE LOS ANDES
MÉRIDA VENEZUELA



ESCUELA
POLITÉCNICA
NACIONAL

Sistemas Lógicos Difusos

Jose Aguilar Castro

Justificación

Aquellos casos en los cuales **la complejidad del problema y su carácter dinámico, o las incertidumbres alrededor del mismo,** hacen difícil el establecimiento detallado de especificaciones.

Parecen ser apropiados adoptar enfoques que usen el **aprendizaje por medio de la experiencia o el razonamiento heurístico** para la toma de decisiones que permitan producir “soluciones confiables”

Lógica Difusa

- En la lógica clásica una proposición sólo admite dos valores: puede ser verdadera o falsa.

Lógica binaria

- Existen otras lógicas que admiten un tercer valor:

posiblemente

- La lógica difusa (o borrosa) es una de ellas, que se caracteriza por **querer cuantificar esta incertidumbre**

Lógica Difusa

El adjetivo “difuso” se debe a que en esta lógica, los valores de verdad son no-deterministas y tienen, por lo general, una connotación de incertidumbre.

La lógica difusa tiene como base los denominados conjuntos difusos y posee un sistema de inferencia basado en reglas de producción de la forma “*SI antecedente ENTONCES consecuente*”, donde los valores lingüísticos del antecedente y el consecuente están definidos por conjuntos difusos.

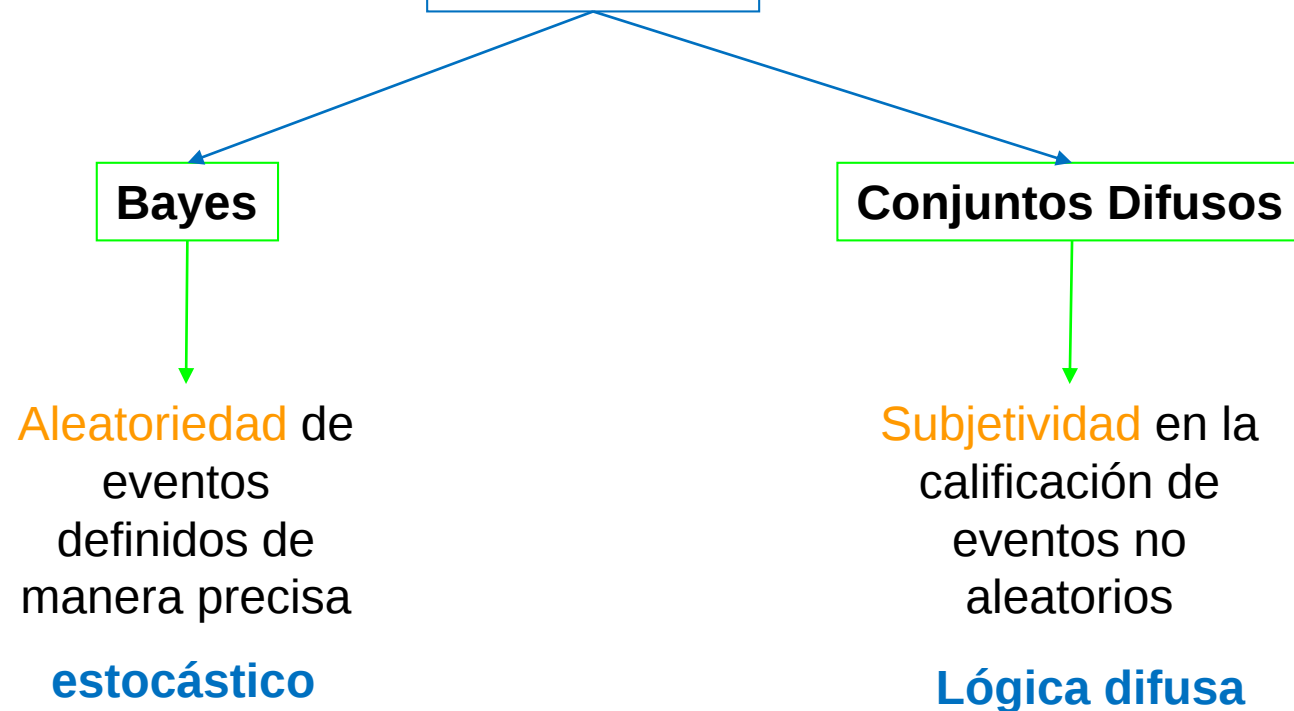
Introducción a la Lógica Borrosa

Idea

Un conjunto difuso es un conjunto cuya fronteras no están bien definidas

(subjetividad, vaguedad, imprecisión, ...)

y, por tanto, la pertenencia o no de un elemento al mismo contiene una cierta **incertidumbre**



Lógica Difusa

LÓGICA MULTIVALUADA EN LA TEORÍA DE CONJUNTOS

⇒ **VARIABLES DIFUSAS**

⇒ **CONJUNTOS DIFUSOS**

⇒ ETIQUETAS LINGÜÍSTICAS

⇒ GRADOS DE PERTENENCIA

⇒ FUNCIÓN DE MEMBRANCIA

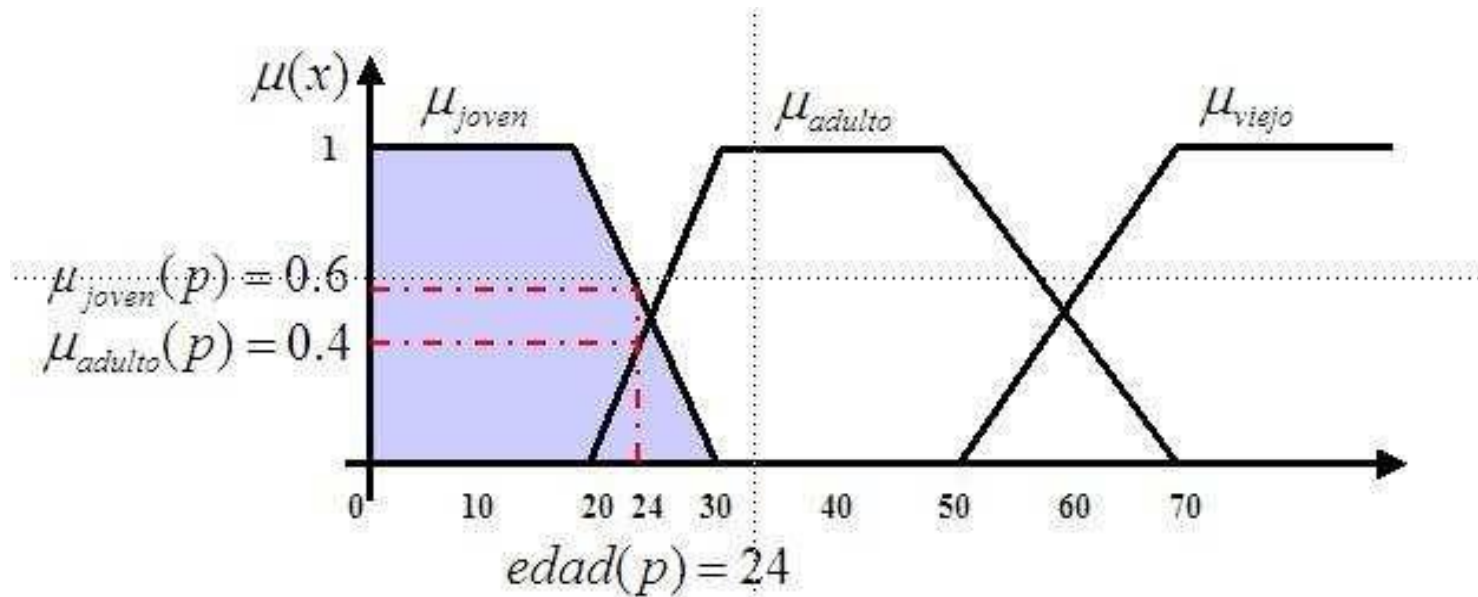
⇒ **CLASES CON LÍMITES MAL DEFINIDOS**

⇒ **GRADUALIDAD EN LOS CAMBIOS DE ESTADOS**

Variable difusa: Edad

$$\mu_{\text{joven}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{edad}(x) \leq 20 \\ \end{cases}$$

$$1 - ((\text{edad}(x) - 20)/10)$$



Lógica Difusa

- **Operaciones difusas**, para los conjuntos difusos A y B en el mismo universo U (solo ultimo caso no es en el mismo universo):

– Unión:

$$\mu_{A \cup B} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) = \{x / \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U\}$$

– Intersección:

$$\mu_{A \cap B} = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) = \{x / \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U\}$$

– Complemento de $\mu_A(x) = \{x / (1 - \mu_A(x)) \quad \forall x \in U\}$

– Producto cartesiano:

$$\mu_{A \times B}(x, y) = \{(x, y) / \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad \forall x \in U, \forall y \in V\}$$

Modificadores Lingüísticos: Hedges

- Existen muchos descriptores lingüísticos como son: moderado, normal, alto, algo caliente, muy bajo, medio normal, mas o menos alto, etc.
- Uno de los conceptos importantes en la Lógica Difusa es que en vez de enumerar todos estos diferentes descriptores, se pueden generar de un conjunto esencial de términos lingüísticos (llamado: **Conjunto Término**) utilizando modificadores (por ejemplo: muy, más o menos) y conectivas (por ejemplo: “y”, “o”).

En Lógica Difusa a dichos modificadores se les denomina:

Hedges

Operaciones sobre conjuntos difusos

- **Reglas de modificación:** adverbio (bastante, muy, mas o menos, etc.) que se utiliza para especificar una propiedad mas concreta
- Son operaciones sobre la función de pertenencia, ejemplos:
 - **Negación o “no”:** $\text{NEG}(\mu(x)) = 1 - \mu(x)$
 - **Concentración o “muy”:** $\text{CON}(\mu(x)) = \mu(x)$
 - **Dilatación o difusión o “algo”, o “mas o menos” o “casi”:**

$$\text{DIL}(\mu(x)) = \mu(x)^2$$
 - **Intensificación o “bastante”:**

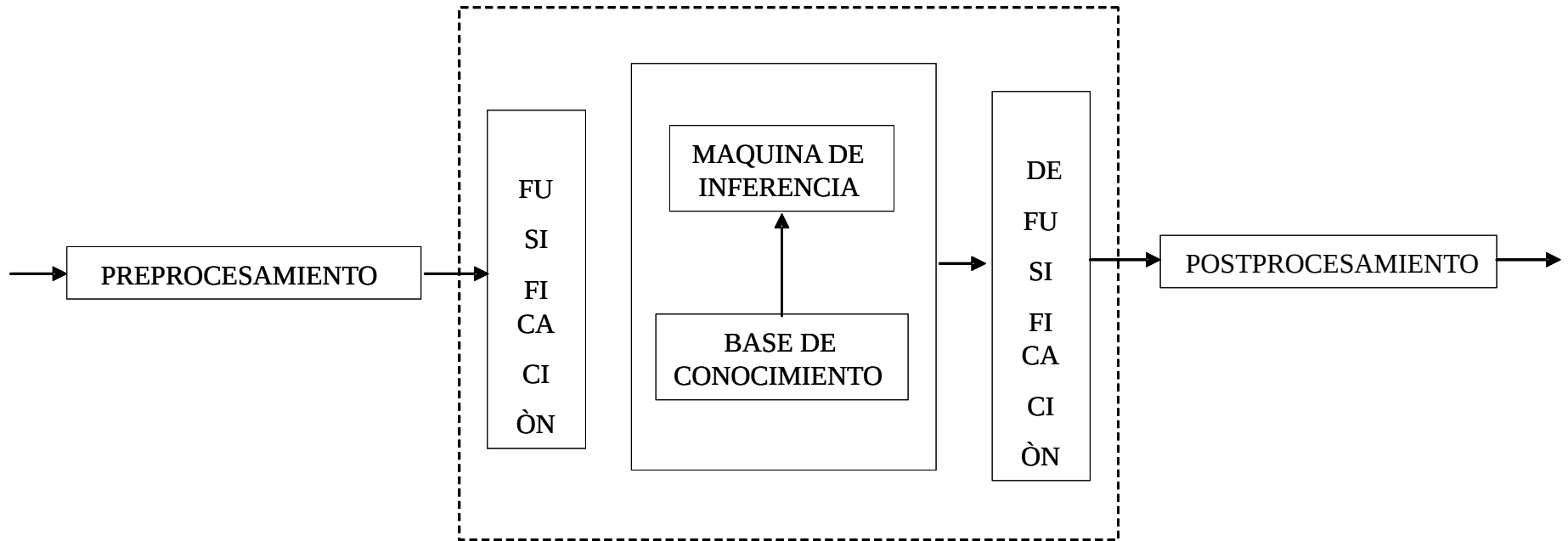
$$\text{INT}(\mu(x)) = \begin{cases} 2\mu(x)^{0.5} & \text{si } 0 \leq \mu(x) \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu(x))^2 & \text{si } \mu(x) > 0.5 \end{cases}$$

Operaciones sobre conjuntos difusos

- **Altura de un conjunto difuso**: valor mas grande de su conjunto de pertenencia
$$\sup_{x \in X} \mu_A(x)$$
- **Conjunto difuso normalizado**: $\text{Altura}(A)=1$
- **Soporte de un conjunto difuso** ($\text{soporte}(A)$): elementos de X que pertenecen a A con grado mayor a 0
- **Núcleo de un conjunto difuso**: elementos de X que pertenecen a A con grado mayor = 1
- **Cardinalidad de un conjunto difuso**
$$\text{card}(A) = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$$
- α -corte: valores de X con grado menores a α
- **Inclusión difusa**

$$S(A,B) = \sum \max(0, \mu_A(x) - \mu_B(x)) / \text{card}(A)$$

componentes básicos en el diseño de un sistema lógico difuso



Librería: <http://www.fuzzylite.com/>

Esquema de razonamiento

Las entradas
son números
en un rango
específico



Todas las
reglas son
evaluadas
en paralelo



Los resultados de
las reglas son
combinados y
defuzificados

Razonamiento Aproximado

- El concepto central de esta teoría es **asignar conjuntos difusos** como valores de variables y representar este par variable-valor difuso **en sentencias o proposiciones lingüísticas**.

El sistema de *Razonamiento aproximado* ofrece un mecanismo para modelar y **hacer inferencias** a partir de relaciones funcionales **imprecisas** y constituye la base para derivar algunos de los mecanismos de inferencia conocidos.

Lógica Difusa

- **Conocimiento:**

- Colección de proposiciones difusas (V es M)
- Sobre un conjunto de variables (V variable difusa)
- Sometidas a un proceso de inferencia

- **Razonamiento Aproximado:**

- **Conjunción(P1xP2)** P1= Va es M P2=Vb es N

=> V es P tal que $\mu_P(z) = \mu_M(x) \wedge \mu_N(y)$

Si Va=Vb es una intersección

Si Va no tiene var. Comun Vb es prod. Cartesiano

- **Proyección P sobre Vb** para P=Va es M es P1=Vb es N

=> $\mu_N(z) = \max_Q(\mu_M(x))$ Q son los x de Va que

concuerdan con z en Vb

para var. en común en los 2

Base de Reglas

- La lógica difusa puede ser representada por implicaciones difusas del tipo

$A \Rightarrow B$ (condición/acción)

si A entonces B, donde A y B son **proposiciones difusas**.

- La inferencia borrosa es basada en **implicaciones borrosas** y las reglas de inferencia derivadas de estas

*=> proceso deductivo llamado **modus ponens**.*

Por ejemplo, si *Ana es Joven* entonces *personalidad es inmadura*.

Inferencia Difusa

La operación de implicación se puede expresar en la forma:

$$p \rightarrow q : \text{si } (X \text{ es } A) \text{ entonces } (Y \text{ es } B)$$

donde A y B son variables lingüísticas definidas como conjuntos difusos sobre los universos de discurso de X e Y respectivamente.

Ejemplos:

- Si la presión es baja entonces el volumen es grande
- Si el tomate es rojo entonces está maduro
- Si la velocidad es alta entonces frenar ligeramente

Lógica de conducción de un automóvil considerando la velocidad y la distancia entre autos

- **Regla 1**: Si la distancia entre autos es corta y la velocidad es baja mantener la velocidad
- **Regla 2**: Si la distancia entre autos es corta y la velocidad es alta reducir la velocidad
- **Regla 3**: Si la distancia entre autos es larga y la velocidad es baja aumentar la velocidad
- **Regla 4**: Si la distancia entre autos es larga y la velocidad es alta mantener la velocidad

Problema: Control automático de una lavadora

- La naturaleza de las decisiones que realizan los seres humanos en este problema es fácil de entender y modelar.
- Tarea: Se desea automatizar la selección del ciclo y el tiempo de lavado basado en la cantidad de ropa y lo sucia que esta la ropa, lo cual es proporcionado por dos transductores.

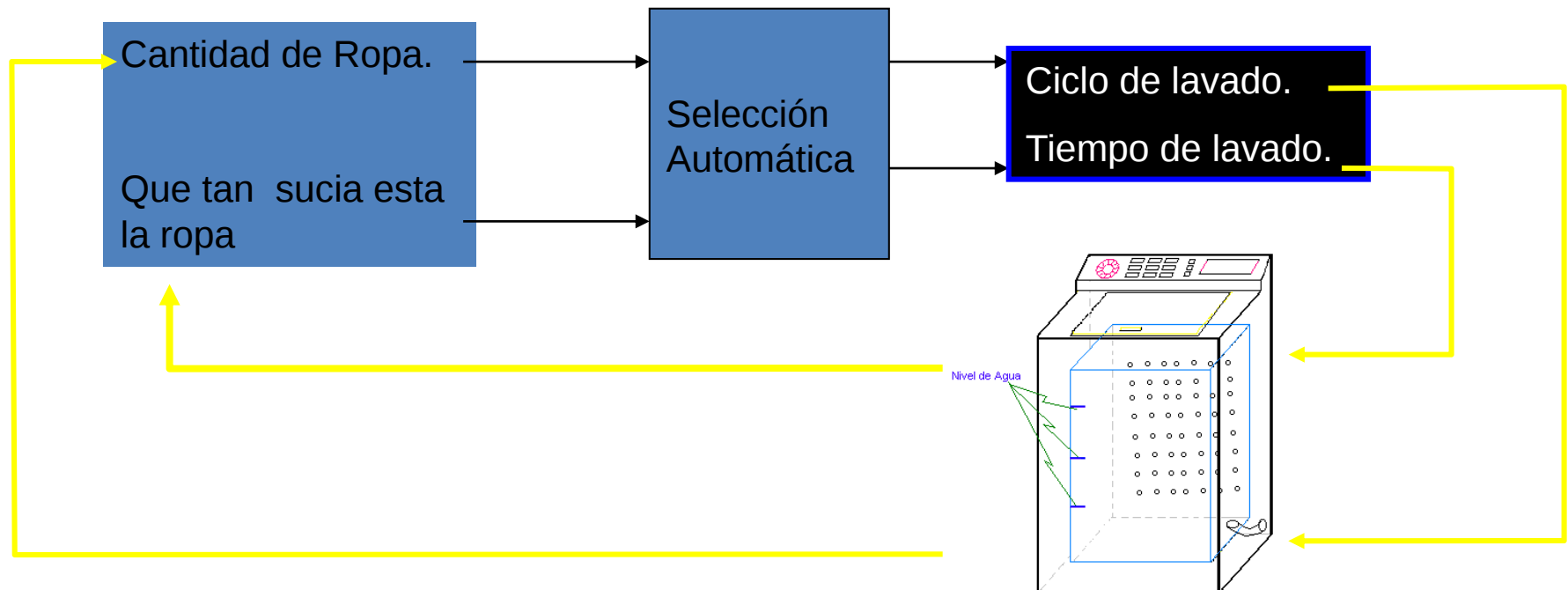
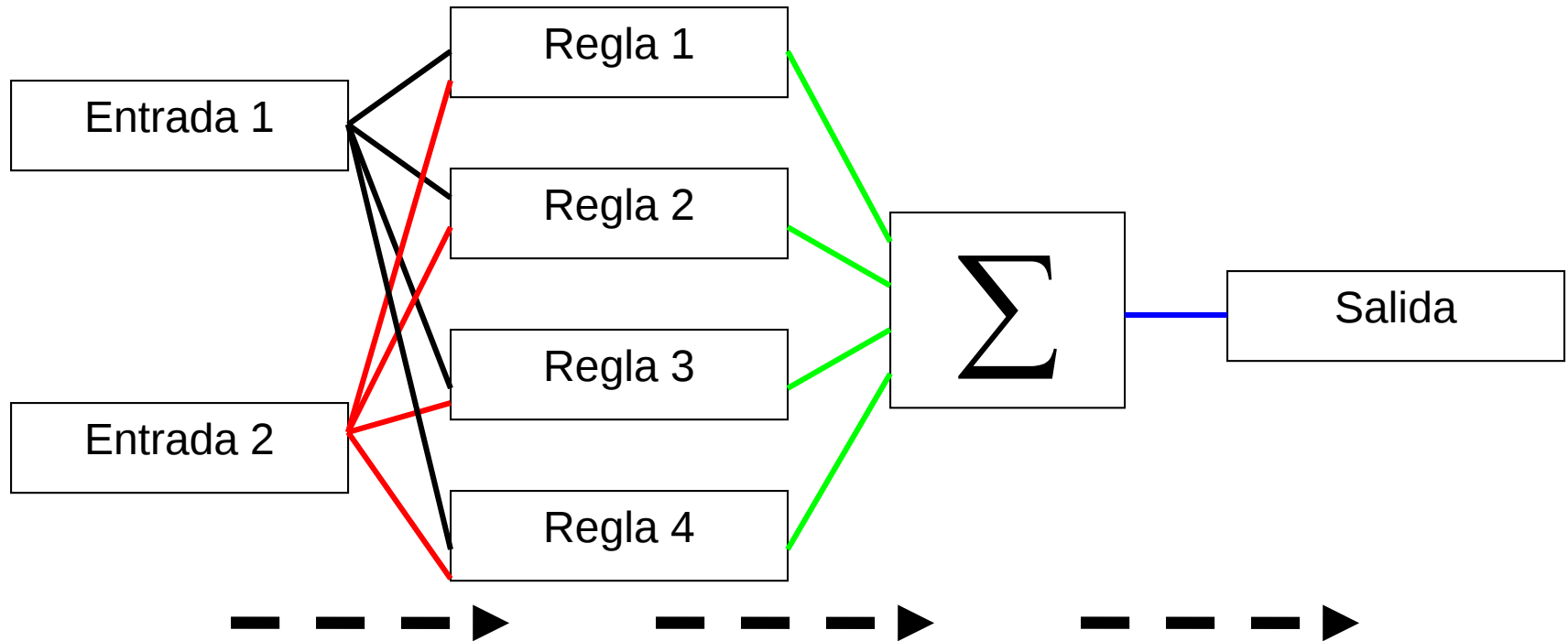


Tabla de Reglas Difusas para el ciclo de lavado

CANT. DE ROPA MUGROSIDAD	Poca	Medio	Mucha
Suave	Delicado	Ligero	Normal
Normal Suave	Ligero	Normal	Normal
Normal Rudo	Ligero	Normal	Fuerte
Rudo	Ligero	Normal	Fuerte

ESTRUCTURA DEL SISTEMA



Las entradas son números limitados a un rango específico. Entradas no difusas.

Las reglas son evaluadas en paralelo usando un razonamiento difuso.

Los resultados de las reglas son combinadas y defusificadas

El resultado es un valor numérico no difuso.

Learning Algorithm for Multivariable Data Analysis

Jose Aguilar

LAMDA

- El método Lamda es un tipo de clasificación de tipo difuso que permite
 - distinguir entre características de objetos de diferentes clases,
 - conservar parámetros representativos de cada una y,
 - En caso de no reconocer alguno de estos parámetros, crea una nueva clase significativa inicializada con dicho objeto.
- Ha sido usado en el desarrollo de sistemas para el monitoreo de procesos industriales complejos, segmentación de imágenes a color, diagnóstico y supervisión, entre otros.

LAMDA

- Su clasificación puede ser de 2 formas: supervisada y no supervisada
- Un objeto puede estar descrito por varios atributos, cada uno perteneciente a sub-universos diferentes, atributos cuyos **descriptores** pueden ser **numéricos o cualitativos**
- Está conformada por
 - descriptores o atributos,
 - grado de adecuación marginal MAD,
 - conectivos (operador de agregación) y
 - Grado de adecuación global GAD.

Grado de adecuación marginal MAD

- En las adecuaciones marginales MAD, establece qué **tan similar es un descriptor con un descriptor de una clase dada**.
- A la **contribución de cada uno de los atributos descriptivos** de un individuo a su adecuación, se le llama **adecuación marginal (MAD)**.
- Las adecuaciones marginales **se combinan** con conectivos relacionados con **operaciones lógicas**.
- Para un objeto definido y una clase dada, se forma el **vector de las adecuaciones marginales** y se caracteriza la situación del objeto con respecto a la clase.

Grado de adecuación marginal MAD

$$MAD_{c,d} = \rho_{c,d}^{X_{i,d}} (1 - \rho_{c,d})^{(1-X_{i,d})}$$

$$MAD_{c,d} = \rho_{c,d}^{1-|X_{i,d}-c|} (1 - \rho_{c,d})^{|X_{i,d}-c|}$$

$$MAD_{c,d} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X_{i,d}-\rho_{c,d}}{\sigma^2}\right)^2}$$

Donde

$$\rho_{c,d} = \frac{1}{N_k} \sum_{X \in C_k} \hat{X}_i$$

$$\hat{X}_i = \frac{X_i - X_{i \min}}{X_{i \max} - X_{i \min}}$$

$X_{i,d}$

Parámetro de aprendizaje (ρ) para la clase c y descriptor d

Descriptor promedio

Descriptor d de un objeto i

Grado de adecuación global GAD

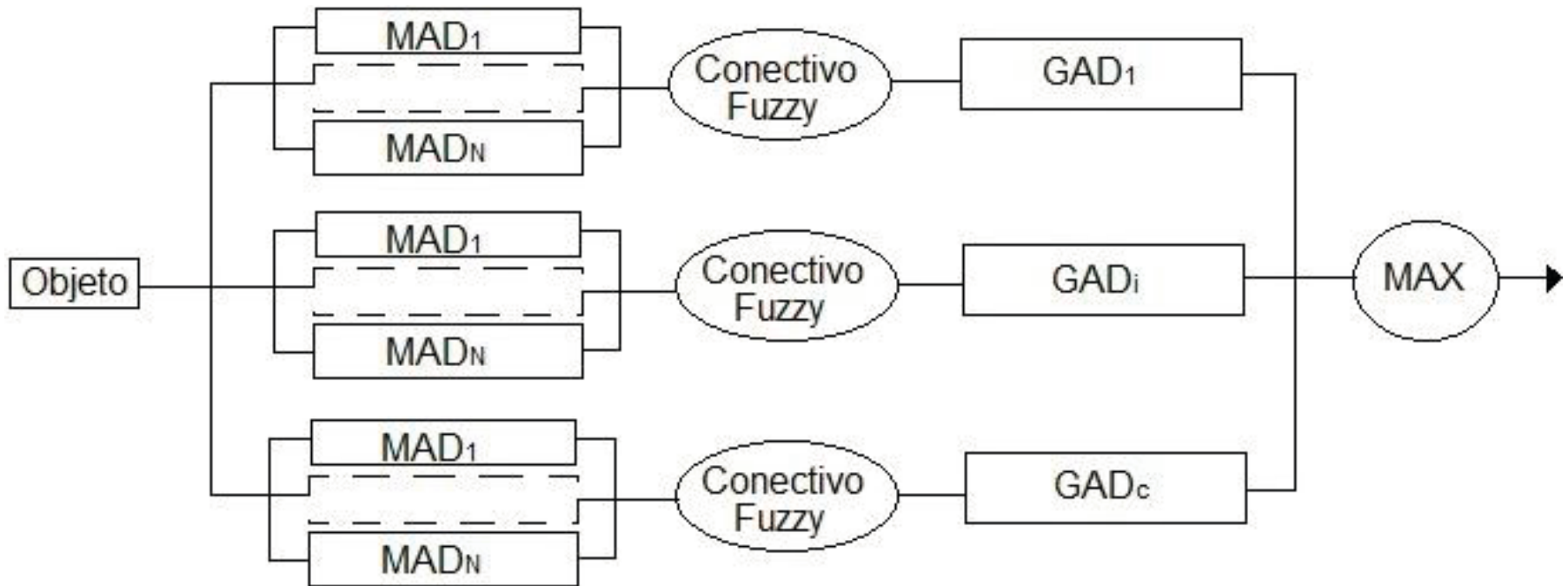
- Lamda se basa en encontrar **niveles de adecuación de cada individuo para cada clase**, llamados grados de adecuación globales (GAD), y usa las contribuciones de todos los atributos.
- Las **adecuaciones marginales son combinadas con la lógica difusa** y con sus respectivos conectores como los operadores de agregación para obtener los **grados de agregación global de un individuo para una clase**.
- La **función agregación** es una interpolación lineal entre la *t-norma* y la *t-conorma* mediante el uso de un parámetro se representa la intersección u unión.

$$GAD = \beta T(MAD) + (1 - \beta)S(MAD)$$

T: t-norma como la intersección

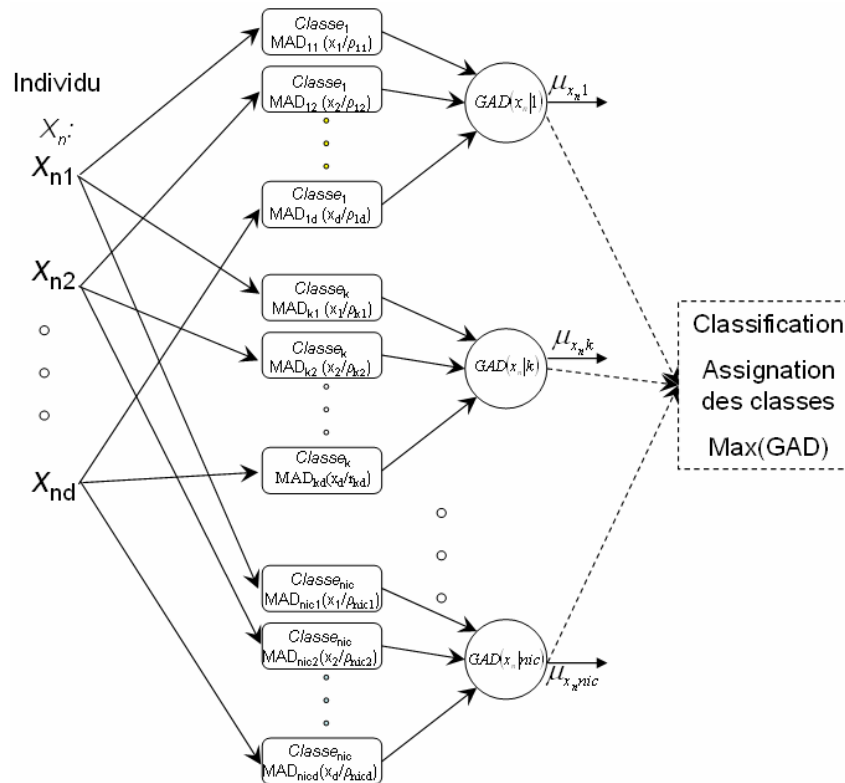
S: norma como la unión

Representación de la técnica Lamda



- Noción de **adecuación de un objeto a una clase**, concepto similar al de función de pertenencia en subconjuntos difusos,
- Esta teoría ofrece un modelo de la percepción clasificatoria del universo gracias a que facilita la **atribución de un individuo para tantas clases como sea necesario**.

Representación de la técnica Lamda



- Es preciso **decidir los descriptores**, que sean representativos y suficientes para diferenciar un objeto de otro.
- En la parte de las **adecuaciones se deben calcular según la cantidad de descriptores o atributos** y de acuerdo si son **cualitativos o cuantitativos**
- Se debe elegir el **operador de agregación** (β),

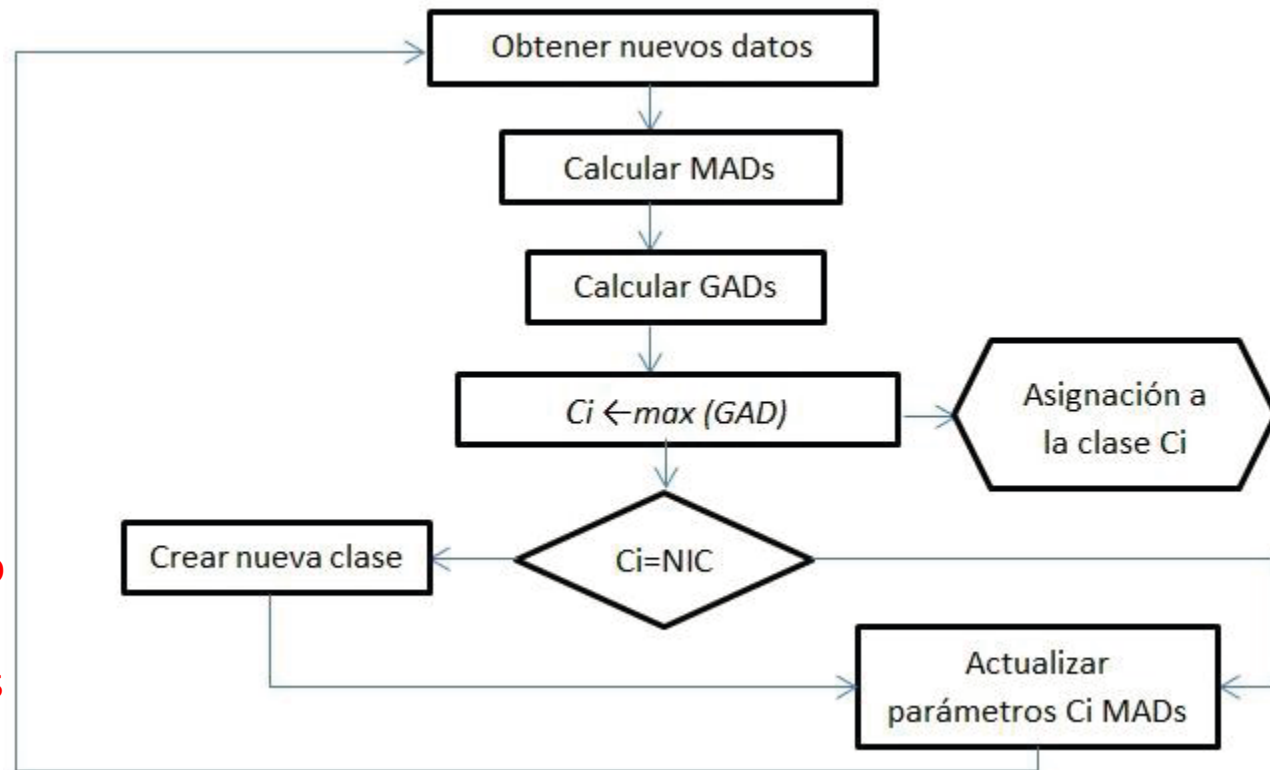
Lamda de forma no supervisada

Cuando el algoritmo Lamda es usado del modo de **auto-aprendizaje** (clustering), sólo existe una clase llamada clase no informativa (NIC).

El primer elemento se clasifica en la clase NIC.

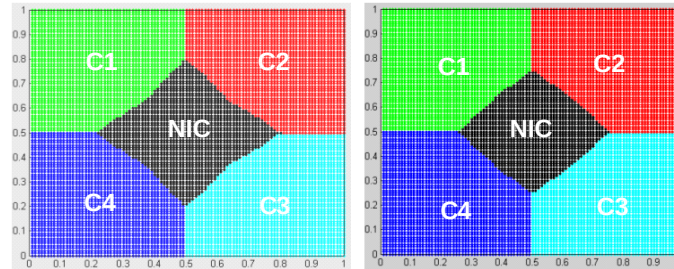
Cuando un elemento es asignado a la NIC éste se considera como no reconocido y se crea una nueva clase inicializada con los parámetros de la NIC.

Si una entrada se asigna a una clase existente, los parámetros de la clase se actualizan



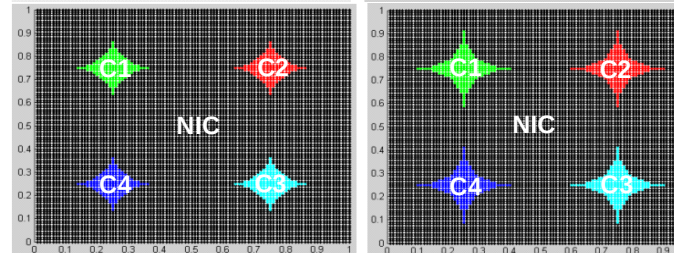
Partición del espacio de datos según tipo de función MAD y GAD

MAD:Binomiale GAD:Possibiliste



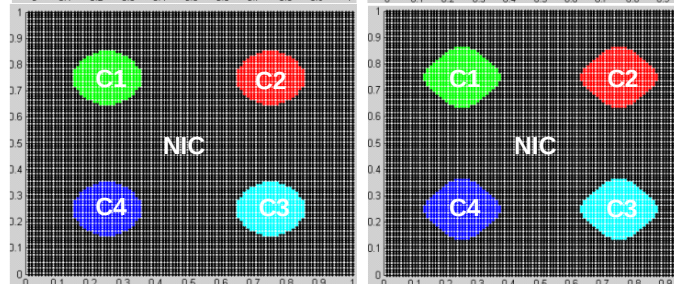
MAD:Binomiale GAD:Probabiliste

MAD:B.Centrée GAD:Possibiliste



MAD: B.Centrée GAD:Probabiliste

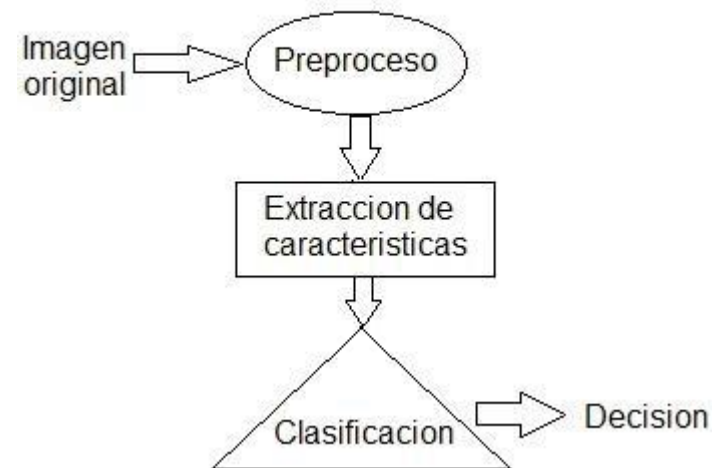
MAD:Gauss GAD:Possibiliste



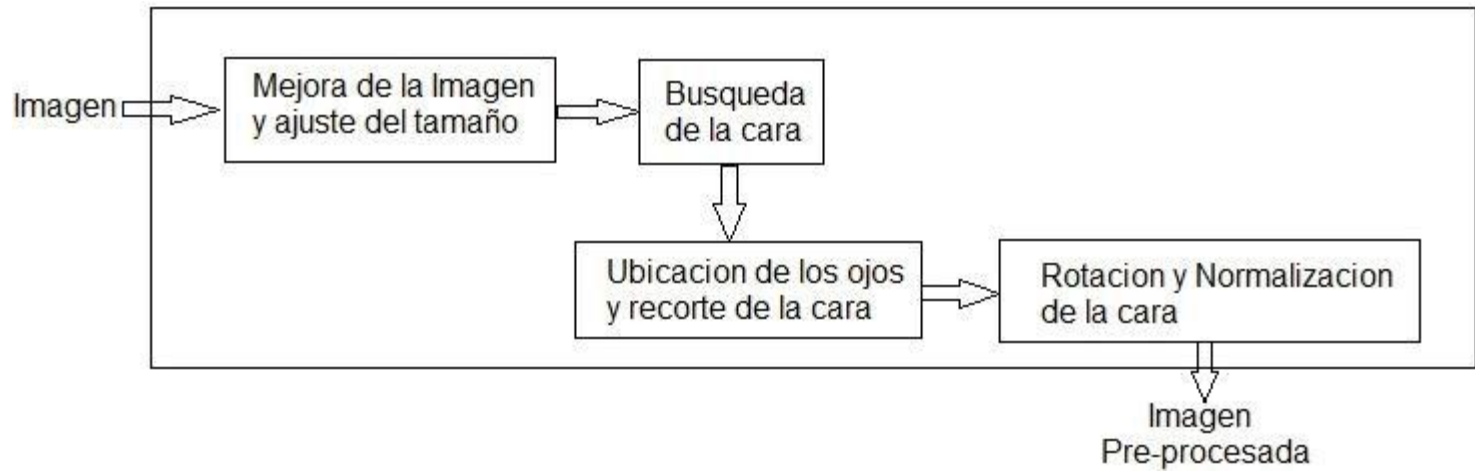
MAD:Gauss GAD:Probabiliste

RECONOCIMIENTO Y CLASIFICACIÓN DE IMÁGENES ESTÁTICAS (ROSTROS)

Sistema de Reconocimiento

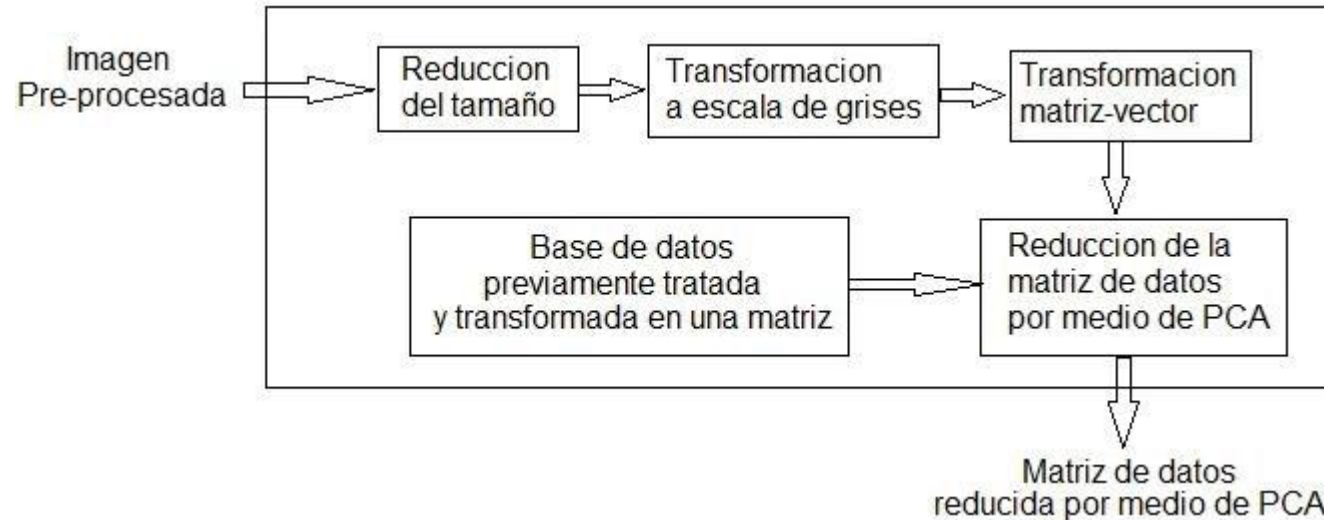


Etapa de pre-procesamiento

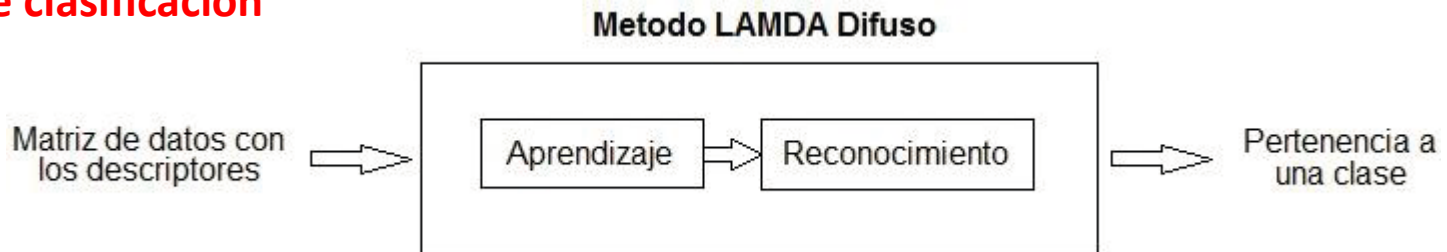


RECONOCIMIENTO Y CLASIFICACIÓN DE IMÁGENES ESTÁTICAS (ROSTROS)

Etapa de extracción de características



Etapa de clasificación



Apprentissage

Prétraitement

Obtenir les informations caractéristiques d'une situation de perte de paquets par congestion

« Descripteurs du système »

Classification (SALSA)

Définir les changements d'état du système

Algorithme D'apprentissage

Identifier les événements et générer les chroniques caractérisant la situation d'intérêt

Reconnaissance

Préparation des
données de test

Test de
Reconnaissance
(CRS)

- SALSA : Situation Assesment using LAMDA claSsification Algorithm – classificateur flou - DISCO du LAAS
- CRS : Chonicle Recognition System – Outil de reconnaissance de chroniques - C.Dousson

1

Apprentissage

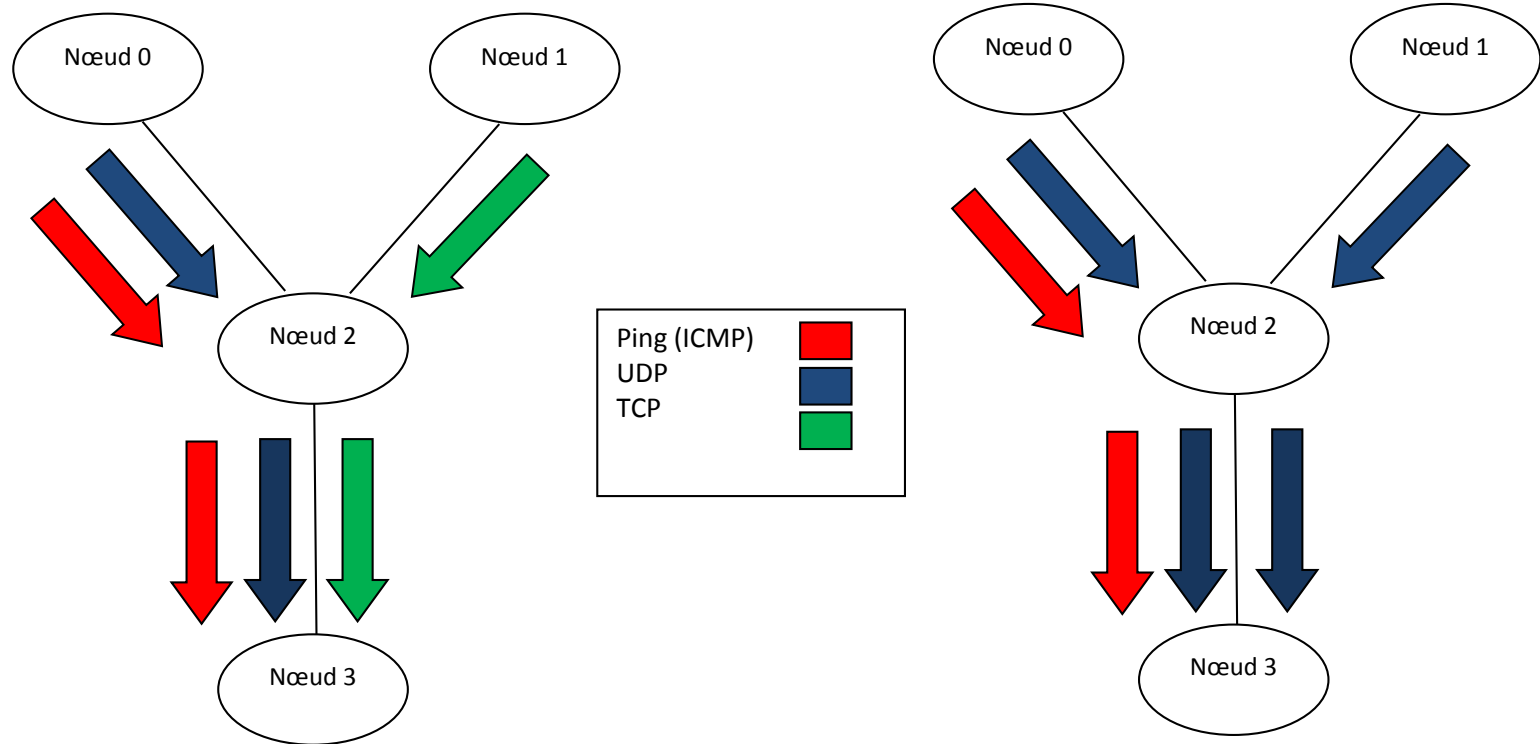
Prétraitement

Simulation de
la situation
d'intérêt

Extraction des
descripteurs
du système

Prétraitement :

1. Simulation de la situation de congestion à modéliser



Trois congestions dans chaque simulation

Prétraitement :

2. Extraction des descripteurs : *Délai, Débit, Gigue, %Perte*

🔗 Traitement : Script de calcul sur une fenêtre glissante de 10 paquets transmis avec succès

[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]
Action	Instant	Nsrc	Ndest	Type	Taille	Flag	IDflux	@src	@dest	N°Seq	IDpaquet	Timestamp

Structure du fichier de traces généré par NS-2

Prétraitement :

2. Extraction des descripteurs : *Délai, Débit, Gigue, %Perte*

✚ Traitement : Script de calcul sur une fenêtre glissante de 10 paquets transmis avec succès

[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]
Action	Instant	Nsrc	Ndest	Type	Taille	Flag	IDflux	@src	@dest	N°Seq	IDpaquet	Timestamp

Structure du fichier de traces généré par NS-2



✚ Résultat :

[0]	[1]
N° Individu	Instant

[0]	[1]	[2]	[3]
gigue	Délai	Débit	% perte

Structure du fichier résultant

2

Apprentissage

Classification
des Descripteurs du Système
(SALSA)

Descripteur = Individu
« Délai, débit, gigue, %perte »

Définir les changements d'état du système

Classification :

✚ **Objectif** : Caractériser le comportement du système de communication en état de congestion

✚ **Traitement**: Classer les descripteurs caractérisant la situation de congestion en utilisant un classificateur flou « SALSA »

Concepts de base :

✚ Un individu : Représente un vecteur (*délai, débit, gigue, %perte*) calculé à un instant t , noté $indiv_i$ avec i son identifiant et caractérisé par :

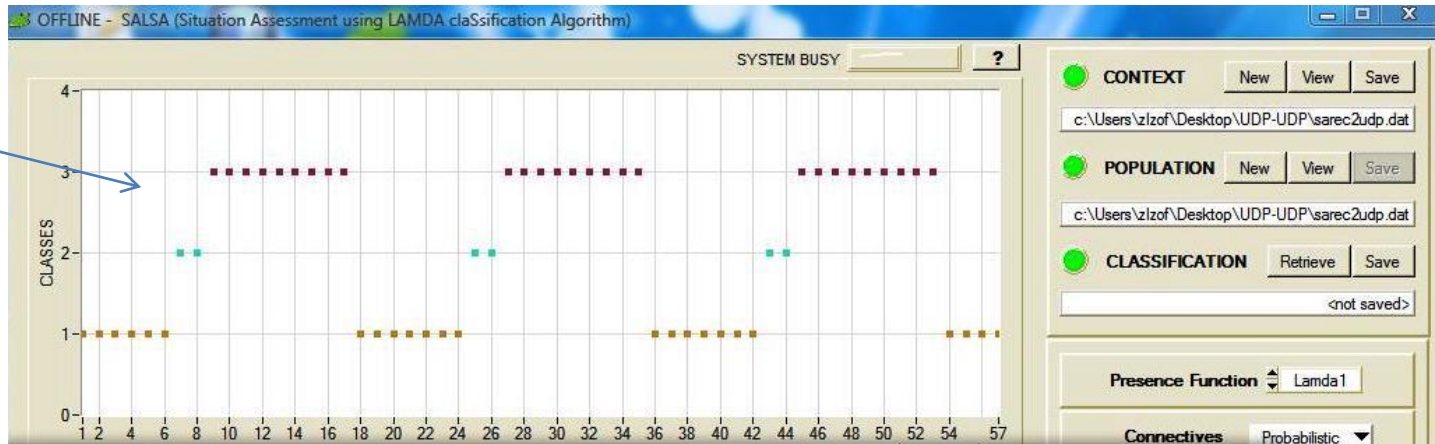
$\forall$ la classe $C_j \exists \mu_{ij} \geq 0$ degré d'appartenance de $indiv_i$ à C_j

✚ Une classe : Résultat de SALSA, noté C_j et caractérisé par :

- μ_{max_j} Degré d'appartenance maximale
- μ_{min_j} Degré d'appartenance minimale
- $\#indiv_j$ nombre d'individus

+ Résultat de classification : UDP/UDP

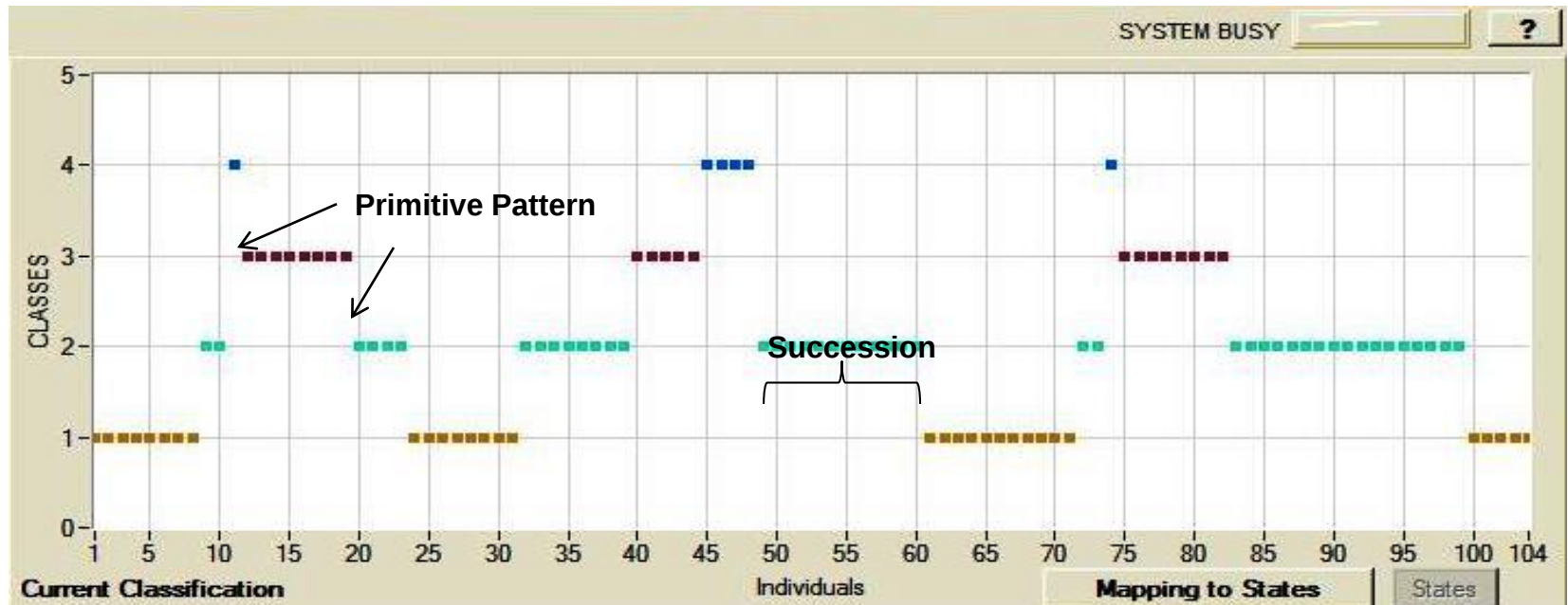
Individus classés



Profil classe

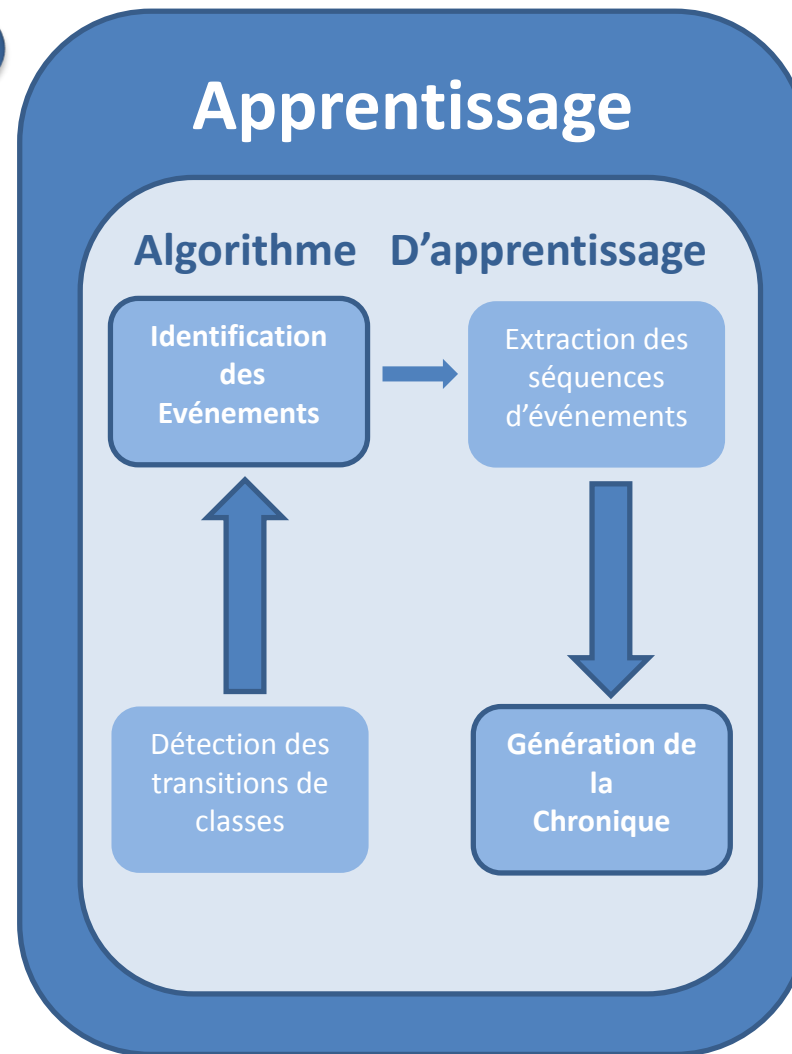


Specifying primitive patterns and Identifying Successions

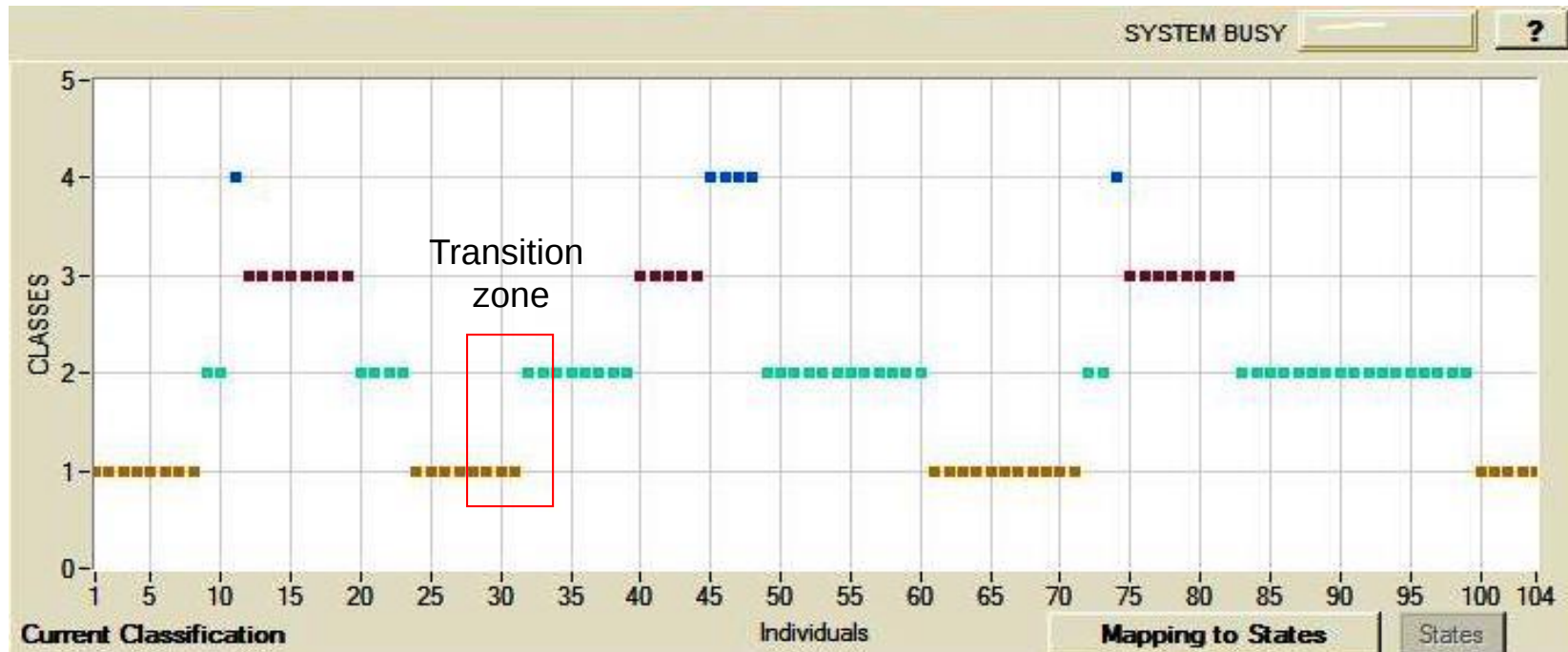


- Based on the fuzzy clustering methodology LAMDA (Learning Algorithm for Multivariate Data Analysis) and its software tool called SALSA.
- Determination of the global membership degree of an individual to an existing class, considering all the contributions of each of its attributes (descriptors in our case), called the marginal adequacy degree (MAD).

3



Detecting events and Extracting sequences



Event is determined from the transition zone and is described by an initial time and a final time

Extraction of sub-sequences leads on the notion of similarity between events.

Sequence 1: E1, E2, E3, E4

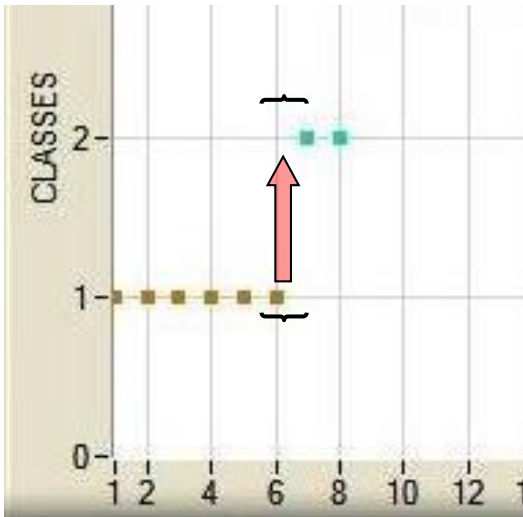
Sequence 2: E1, E2, E5, E6, E4

Sequence 3: E1, E7, E8, E3, E4

An event E_{ij} is similar to the succession of the two events E_{ik} E_{kj} .

Détection des transitions de classes : changements d'état

- Deux individus
- Changement Instantané

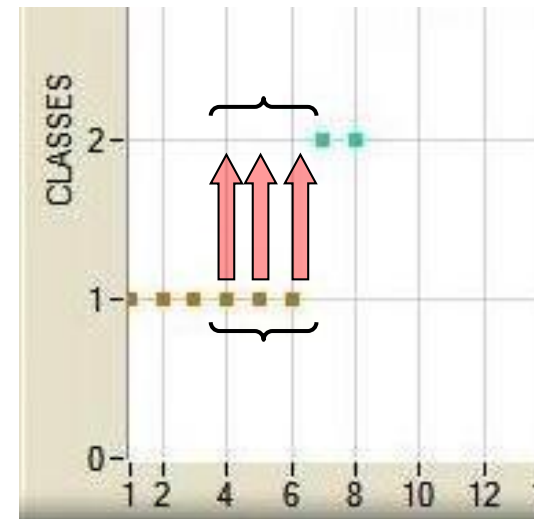
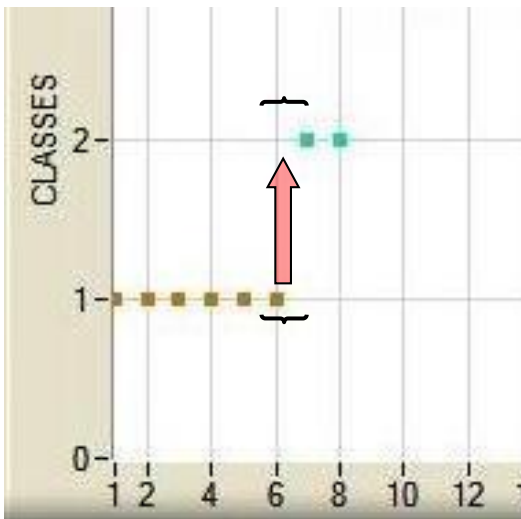


Détection des transitions de classes : changements d'état

➤ Deux individus

➤ Changement Instantané

✚ Objectif : élargir la zone de transition



✚ Besoins :

- Considérer les changements d'état progressifs
- Intégrer d'avantage l'aspect temporel

Détection des transitions de classes :

✚ Traitement : Approche à base de seuil calculé à partir des degrés d'appartenances

$$Seuil_{\alpha} = \mu_{max_{\alpha}} - \left(\frac{\mu_{max_{\alpha}} - \mu_{min_{\alpha}}}{\#indiv_{\alpha}} \right)$$

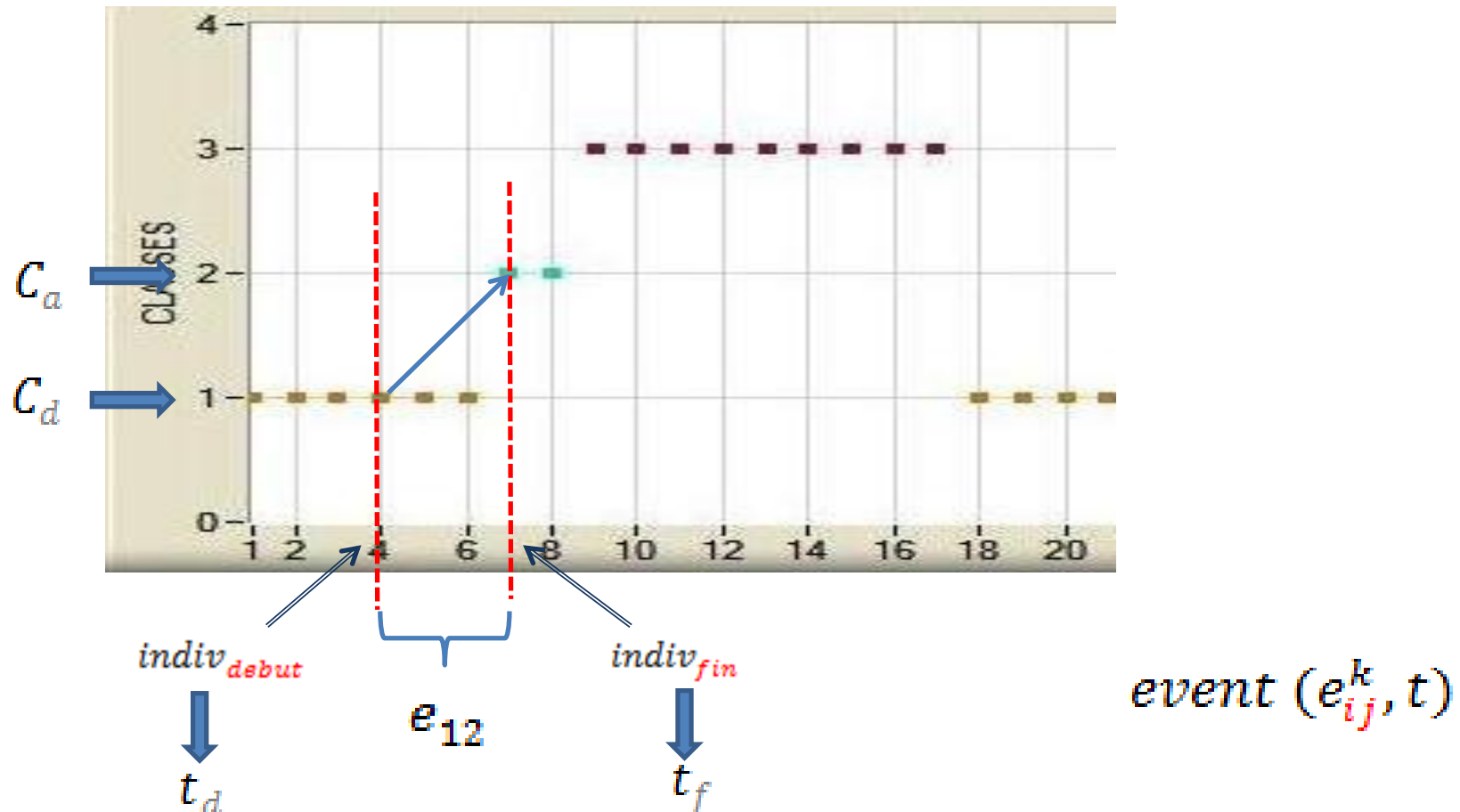
Soit C_{α} , $\forall indiv_i \notin C_{\alpha}$

Si $\mu_{i_{\alpha}} \geq Seuil_{\alpha}$

Alors $indiv_i$ devient transitoire

Identification des événements:

✚ Un événement est caractérisé par l'individu de début et l'individu de fin d'une transition



Notion de Similarité :

Soit : e_{xy}

S'il Existe : e_{xn} e_{ny}

Alors la séquence : e_{xn} , e_{ny} est similaire à e_{xy}