



sistemas lógicos difusos: 2da parte

Jose Aguilar Castro
CEMISID

DEFUSIFICACIÓN

CONSISTE EN DETERMINAR VALOR
NUMÉRICO DESDE UNA SALIDA
BORROSA.

- FUNCION DE PERTENENCIA DEL
CONJUNTO BORROSO DE SALIDA

$$\begin{aligned}\mu_X(Y) &= \text{PESO REGLA } R_i * \mu_{X_i}(Y) + \text{PESO REGLA } R_j * \mu_{X_j}(Y) + \dots \\ &= \text{MIN}(\text{PESOREGLA } R_i, \mu_{X_i}(Y)) + \text{MIN}(\text{PESOREGLA } R_j, \mu_{X_j}(Y))\end{aligned}$$

Defusificación sencilla

- Dado un valor puntual $x^* \in X$, el mecanismo de difusificación consiste en crear un conjunto difuso A , cuya función de pertenencia es aquella donde para cualquier $x \in X$ su valor es cero excepto en el valor de x^* , donde toma el valor de 1. Esto es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x \neq x^* \\ 1 & \text{Si } x = x^* \end{cases}$$

Nótese que este conjunto difuso así considerado no es mas que un conjunto ordinario con un único elemento dado por x^*

TÉCNICAS CLÁSICAS DEFUZIFICACIÓN

- **CENTROIDE:** TRATA DE CALCULAR EL CENTRO DE MASA

$$Y = \sum_K Y_K \mu(Y_K) / \sum_K \mu(Y_K)$$

- **MÁXIMO:** MAYOR VALOR DE SALIDA Y SE LE CALCULA SU CENTROIDE

$$Y = \text{MAX} (Y_1 \rightarrow \mu(Y_1), Y_2 \rightarrow \mu(Y_2), \dots)$$

Método del Centro del Area (MCA)

- El MCA define el valor defusificado de un conjunto difuso F como su centroide difuso. Esto es

$$y^* = \frac{\int_r yF(y)dy}{\int_r F(y)dy}$$

Método del Centro del Area (MCA)

- El cálculo del valor desdifusificado con el MCA es simplificado si consideramos un universo finito Y. Así, $F(y)$ será una función de membresía discreta:

$$y^* = \frac{\sum_{J=1}^n F(y_J) y_J}{\sum_{J=1}^n F(y_J)}$$

Método de Media de Máximos (MMM)

- El MMM determina el valor desdifusificado como una media de todos los valores del universo que poseen grado de membresía máximo. Esto es

$$y^* = \frac{1}{q} \sum_{j \in J^*} y_j$$

Lógica Difusa

- Ejemplo 1:

$$Y = [\text{CENTROIDE}_{\text{LENTA}} \mu_{\text{LENTA}}(Y) + \text{CENTROIDE}_{\text{MEDIA}} \mu_{\text{MEDIA}}(Y)] /$$
$$[\mu_{\text{LENTA}}(Y) + \mu_{\text{MEDIA}}(Y)] =$$
$$(10 * 0.5 + 35 * 0.2) / (0.5 + 0.2) = 17,14 \text{rpm}$$

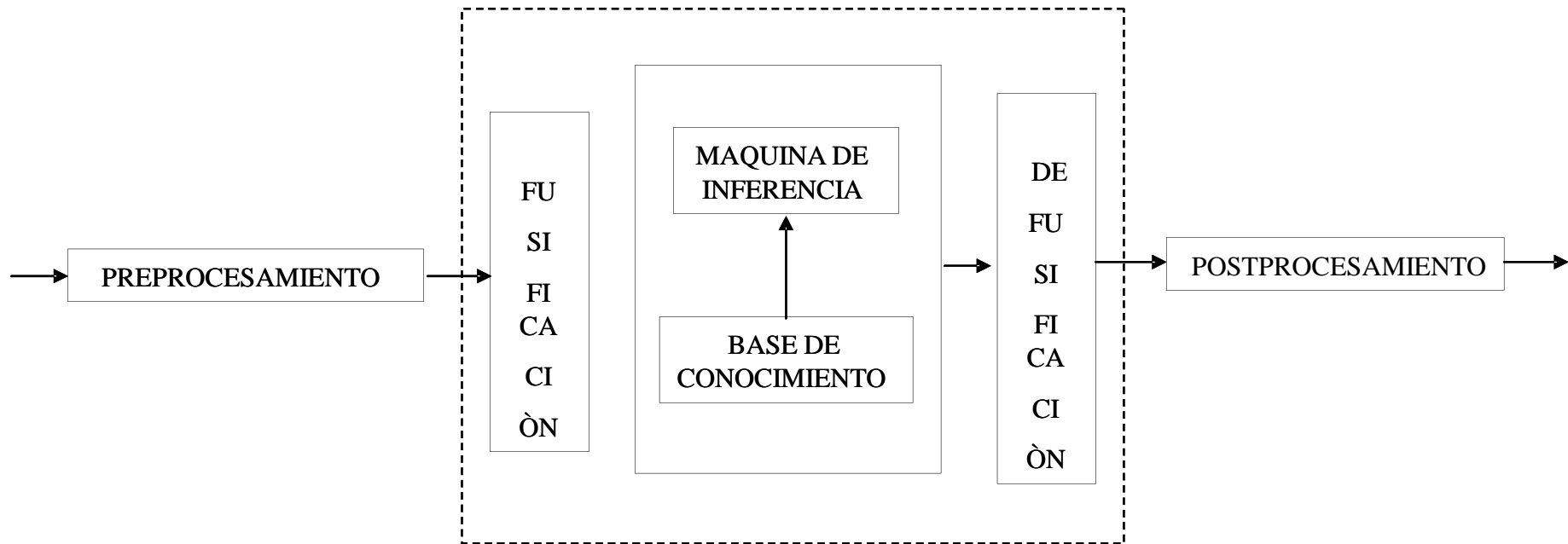
- EJEMPLO 2:

$$\nabla_u = [0.5(-1.5) + 1(0) + 0.5(1.5)] / (0.5 + 1 + 0.5) = 0$$

Definición de Fusificador

El fusificador realiza una transformación de un punto de un conjunto ordinario $X=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in U$ a un conjunto difuso $A' \in U$.

componentes básicos en el diseño de un sistema lógico difuso



Lógica Difusa

Pasos a seguir para aplicar la lógica difusa en un problema:

- Identificar las variables y sus posibles rangos de valores.
- Determinar las funciones de pertenencia de esos valores a expresiones descriptivas.
- Determinar las reglas que rigen el comportamiento del sistema.
- Seleccionar algún método para darle un valor preciso a los resultados descriptivos.

Fuentes de información para sistemas lógicos difusos

- En la mayoría de los sistemas ingenieriles, existen dos fuentes importantes de información:
 - La proveniente de sensores
 - La proveniente de la experticia humana.
- La incorporación sistemática y eficiente de información lingüística facilita el diseño de aplicaciones con miras a incorporar características como adaptación, aprendizaje y autonomía.

Incorporación de información en Sistemas Lógicos Difusos

- La incorporación de información numérica y lingüística en el diseño de aplicaciones de lógica difusa en procesos, puede ser realizada siguiendo alguno de los métodos siguientes:
 - Usando la experiencia de expertos y conocimientos de Ingeniería.
 - Basado en las acciones que realizan los operadores.
 - Basado en auto-organización o aprendizaje.

A continuación se presenta una
Metodología para el diseño de
aplicaciones usando sistemas
lógicos difusos

Etapas 1: Análisis y descripción del problema.

Fase 1.1.- Descripción General del Problema:

- 1.1.1.- Familiarización con el proceso sobre el cual se desea realizar el Sistema Lógico Difuso.
- 1.1.2.- Familiarización con los ambientes computacionales donde se encuentran los datos a ser utilizados.
- 1.1.3.- Definición detallada del problema que motiva el desarrollo del Sistema Lógico Difuso.

Etapa 1: Análisis y descripción del problema.

- Fase 1.2.- Análisis de Factibilidad para el desarrollo del Sistema Lógico Difuso.
- Fase 1.3.- Análisis de datos
- Fase 1.4.- Elección de la fuente de conocimiento

Etapa 2: Especificación de requerimientos

- Fase 2.1.- Estimación del perfil de los usuarios finales del Sistema Lógico Difuso.
- Fase 2.2.- Determinación de los requerimientos de información.
- Fase 2.3.- Determinación de los requerimientos funcionales

Etapas 2: Especificación de requerimientos

- Fase 2.4.- Determinación de los requerimientos de entrada de datos:
 - 2.4.1.- Selección de las posibles variables de entrada al Sistema Lógico Difuso.
 - 2.4.2.- Identificación de las fuentes de datos.
 - 2.4.3.- Especificación de los procesos de adquisición de datos.
 - 2.4.4.- Especificación de los procesos de generación de parámetros.
 - 2.4.5.- Caracterización de la interoperabilidad entre las bases de datos que se requieren en la implantación.

Etapa 2: Especificación de requerimientos

- Fase 2.5.- Definición de los requerimientos de hardware y software para la implantación del Sistema Lógico Difuso:
 - 2.5.1.- Especificación de la plataforma de hardware que se utilizará para el desarrollo y operación del Sistema Lógico Difuso.
 - 2.5.2.- Determinación, análisis y selección de las herramientas de software disponibles en el mercado para el desarrollo de Sistema Lógico Difuso.
- Fase 2.6.- Verificación de los requerimientos con el usuario.

Etapa 3: Análisis de costos, tiempo y recursos.

- Fase 3.1.- Elaboración del plan de actividades de desarrollo e implantación.
- Fase 3.2.- Estimación del tiempo requerido para el desarrollo del Sistema Lógico Difuso.
- Fase 3.3.- Estimación de los recursos computacionales (hardware-software) requeridos para el desarrollo del Sistema Lógico Difuso.
- Fase 3.4.- Estimación de los costos de desarrollo.

Etapas 4: Diseño de Sistema Lógico Difuso

- Fase 4.1.- Pre-procesamiento, puede involucrar:
 - Cuantificación en conexión con el muestreo y redondeo.
 - Normalización o escalamiento a un rango estandarizado.
 - Filtrado de las señales para la remoción de ruidos.
 - Pre-mediación para la obtención de tendencias de corto y largo plazo.
 - Combinación de varias mediciones para obtener indicadores claves.
 - Diferenciación e integración o sus equivalentes discretos

Etapa 4: Diseño de Sistema Lógico Difuso.

- Fase 4.2.- Fusificación: En esta fase cada dato de entrada es convertido a grados de membrecía asignado a una o varias funciones de membrecía.
- Fase 4.3.- Base de Reglas: Se modela lingüísticamente el sistema o proceso. Las reglas pueden utilizar varias variables, tanto en sus antecedentes como en sus consecuentes.

Etapa 4: Diseño de Sistema Lógico Difuso.

- Fase 4.4.- Motor de Inferencia: En esta fase se construye el mecanismo de toma de decisiones. El motor de inferencia permite establecer los valores de membrecía en las variables del antecedente y del consecuente de cada regla, a objeto de establecer la salida que proporciona la base de reglas ante las entradas dadas.

Etapa 4: Diseño de Sistema Lógico Difuso.

- Fase 4.5.- Defusificación: Esta fase involucra la transformación de los valores difusos, que proporciona el motor de inferencia, en valores ordinarios.
- Fase 4.6.- Post-procesamiento: En esta fase, la salida defusificada definida en un universo estándar debe ser escalada en términos de unidades ingenieriles.

Etapa 5: Diseño asociado a la herramienta computacional.

- Fase 5.1.- Diseño preliminar de la arquitectura del Sistema computacional.
- Fase 5.2.- Selección de la herramienta computacional de acuerdo a los requerimientos surgidos en la etapa de diseño del sistema lógico difuso.
- Fase 5.3.- Diseño preliminar de los procesos de adquisición y almacenamiento de datos

Etapa 5: Diseño asociado a la herramienta computacional.

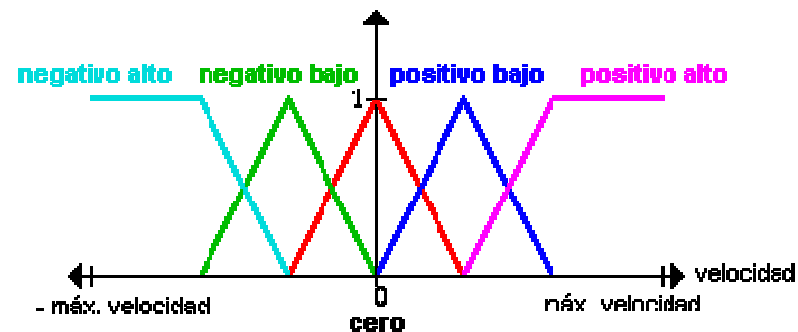
- Fase 5.4.- Diseño preliminar de los procesos de interconexión.
 - 5.4.1.- Integración Interna.
 - 5.4.2.- Integración Externa.
 - 5.4.2.- Selección de software auxiliar.
- Fase 5.5.- Verificación del diseño preliminar del Sistema computacional

Etapas 6: Desarrollo e Implantación del Sistema Lógico Difuso

- Fase 6.1.- Construcción del prototipo.
- Fase 6.2.- Validación del prototipo.
- Fase 6.3.- Construcción del modelo operacional
- Fase 6.4.- Prueba y depuración
- Fase 6.5.- Mantenimiento y actualización.

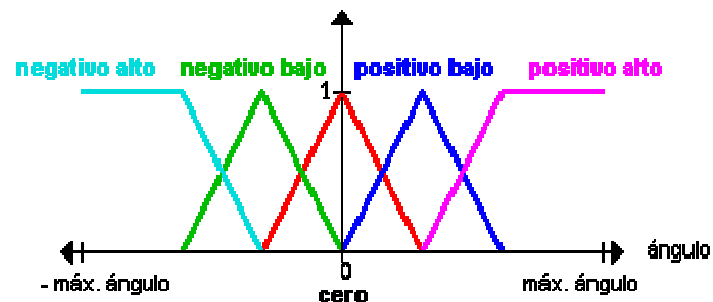
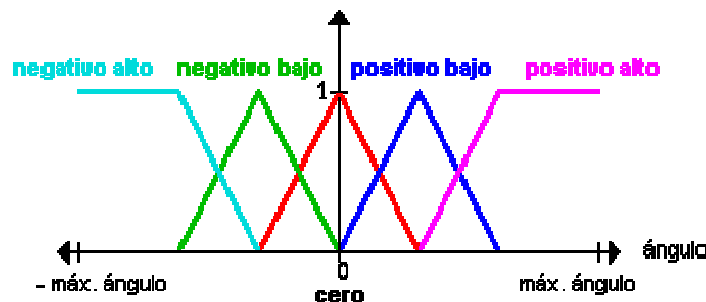
Ejemplo

- **El péndulo invertido:** El problema está en equilibrar una pértiga sobre una plataforma móvil que puede moverse en dos únicas direcciones, a la izquierda o a la derecha.
- Se define (subjettivamente) cual es la velocidad del anden: alta, baja, etc.



Ejemplo

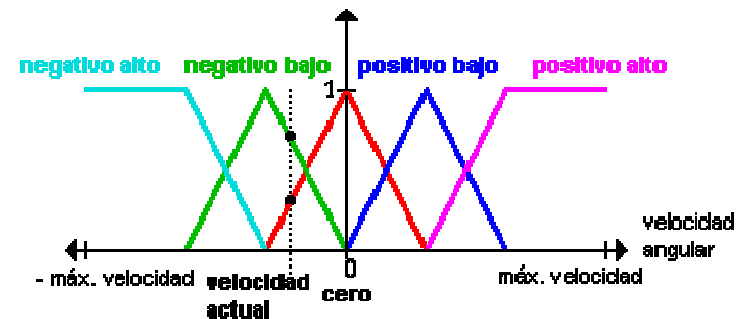
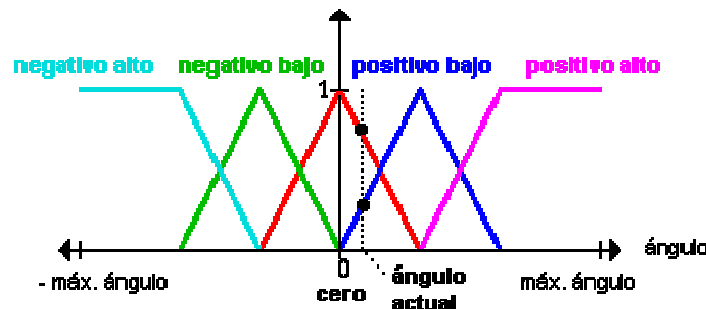
- Lo mismo se hace para el ángulo entre la plataforma y la pértiga, y la velocidad angular de este ángulo:



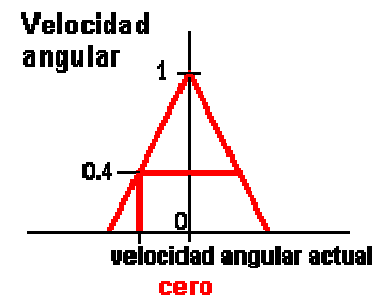
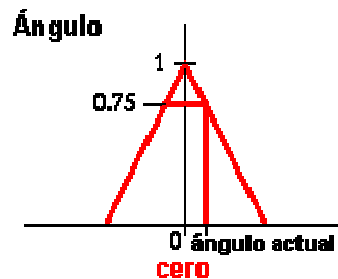
- Algunas reglas del sistema difuso
 - Si** el ángulo es cero **y** la velocidad angular es cero **entonces** la velocidad será cero.
 - Si** el ángulo es cero **y** la velocidad angular es positiva baja **entonces** la velocidad será positiva baja.

Ejemplo

- Consideremos un valor actual para el ángulo y velocidad angular

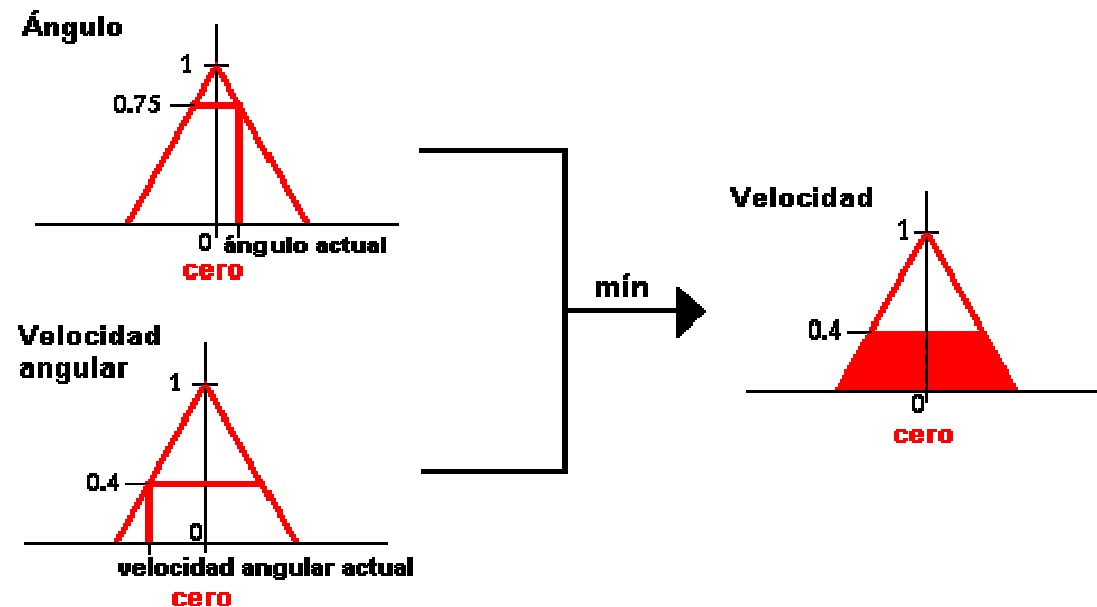


- Ahora mostraremos como aplicar nuestras reglas a esta situación real. Veamos como aplicar la regla
 - Si el ángulo es cero y la velocidad angular es cero entonces la velocidad será cero.



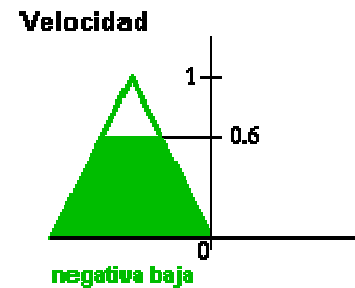
Ejemplo

- Como las dos partes de la condición de nuestra regla están unidas por una Y (operación lógica AND) calculamos el $\min(0.75, 0.4) = 0.4$ y cortamos el conjunto borroso "cero" de la variable "velocidad" a este nivel (según nuestra regla):

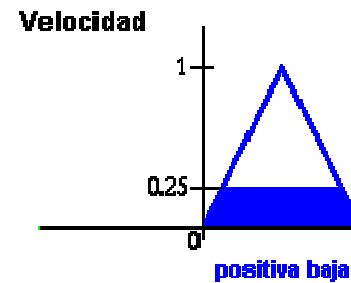


Ejemplo

- Por su parte, el resultado de las reglas
 - **Si** el ángulo es cero **y** la velocidad angular es negativa baja **entonces** la velocidad será negativa baja

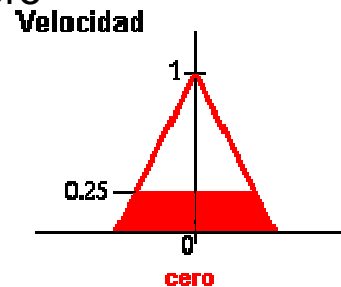


- **Si** el ángulo es cero **y** la velocidad angular es positiva baja **entonces** la velocidad será positiva baja

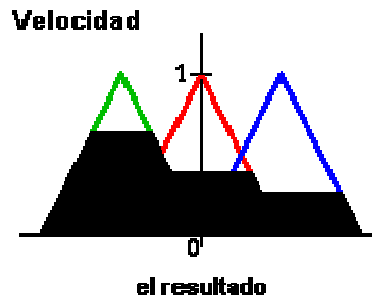


Ejemplo

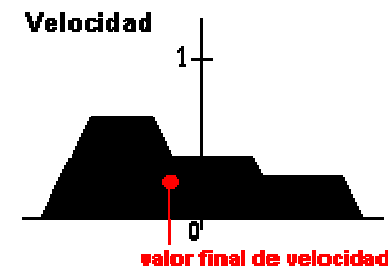
- Si el ángulo es positivo bajo y la velocidad angular es negativa baja entonces la velocidad será cero



- Estas cuatro reglas solapadas desembocan en un resultado único:



Tenemos que escoger un valor representativo como salida final usando alguno de los métodos de defuzzification



CASO DE ESTUDIO 2

SISTEMA CLASIFICADOR DE LIRIOS

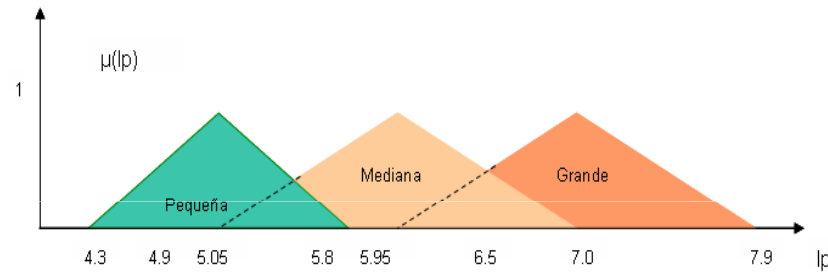
- Clasificar correctamente las variedades de flor Iris (Lirios), respecto a las clases: setosa, virgínica y versicolor.
- Los atributos utilizados para la clasificación son la longitud y ancho de los pétalos, y el largo y ancho de los tallos.

Variables

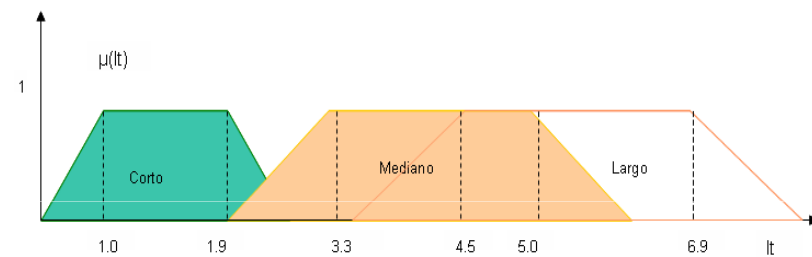
- Variables de entrada: ancho del pétalo (ap), longitud del pétalo (lp), ancho del tallo (at) y longitud del tallo (lt).
- Variables de salida: Clase.

CASO DE ESTUDIO 2

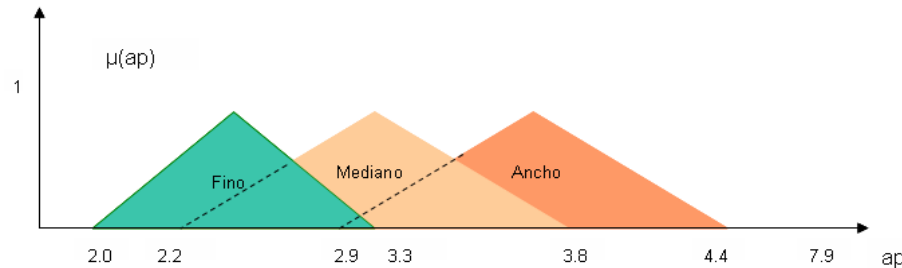
SISTEMA CLASIFICADOR DE LIRIOS



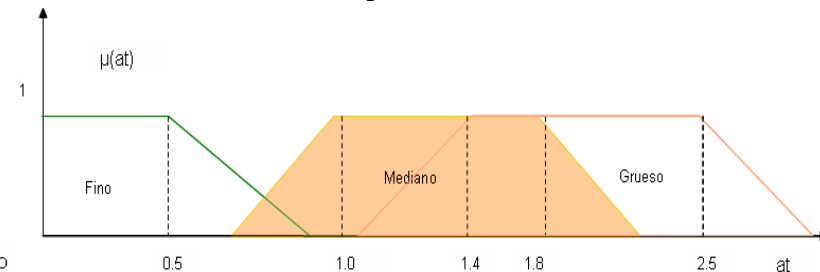
Funciones de pertenencia para lp



Funciones de pertenencia para lt



Funciones de pertenencia para ap



Funciones de pertenencia para at

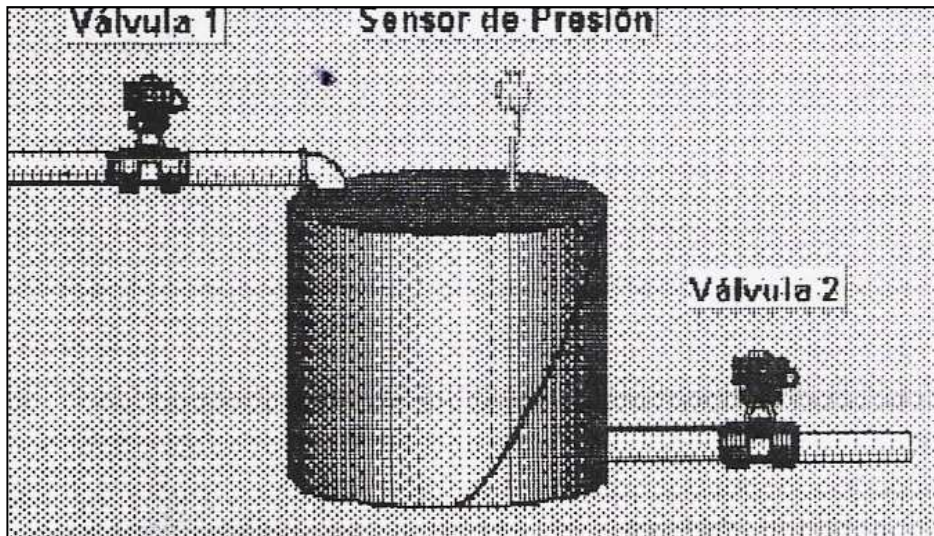
CASO DE ESTUDIO 2

SISTEMA CLASIFICADOR DE LIRIOS

1. Si Ip es Pequeña Y ap es Ancho Y It es Corto Y at es Fino
Entonces Clase es Setosa.
2. Si Ip es Mediano Y ap es Fino Y It es Mediano Y at es Mediano
Entonces Clase es Virgínica.
3. Si Ip es Grande Y ap es Mediano Y It es Largo Y at es Largo
Entonces Clase es Versicolor.
4. Si Ip es Grande Y ap es Fino Y It es Largo Y at es Grande
Entonces Clase es Versicolor.
5. Si Ip es Mediano Y ap es Mediano Y It es Mediano Y at es Mediano
Entonces Clase es Virginica.
6. Si Ip es Pequeña Y ap es Mediano Y It es Fino Y at es Fino
Entonces Clase es Setosa.

CASOS DE ESTUDIO 3

SISTEMA DE CONTROL PARA UN TANQUE



Las variables en el sistema son:

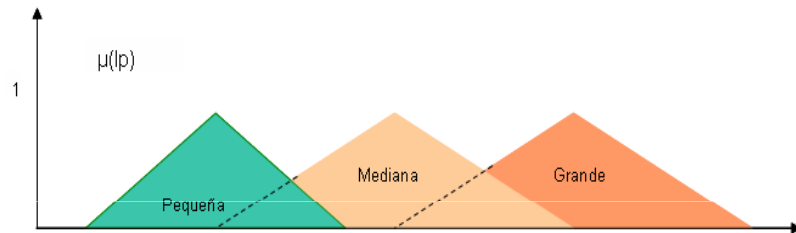
Variables de entrada: presión, válvula 1 y válvula 2.

Variables de salida: válvula 1 y válvula 2.

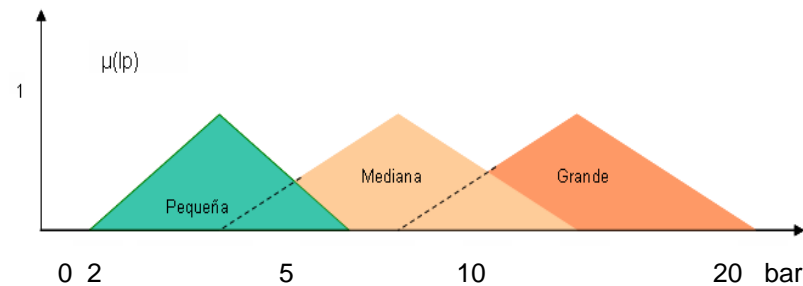
Válvula 1 y Válvula 2: tipo Enumerado, con valores difusos de apertura: mediana, grande, pequeña.

Presión: tipo entero, con un rango de variación entre 0 y 20, con valores difusos de presión: mediana, grande, pequeña.

CASOS DE ESTUDIO 3



**Funciones de pertenencia para
válvulas**



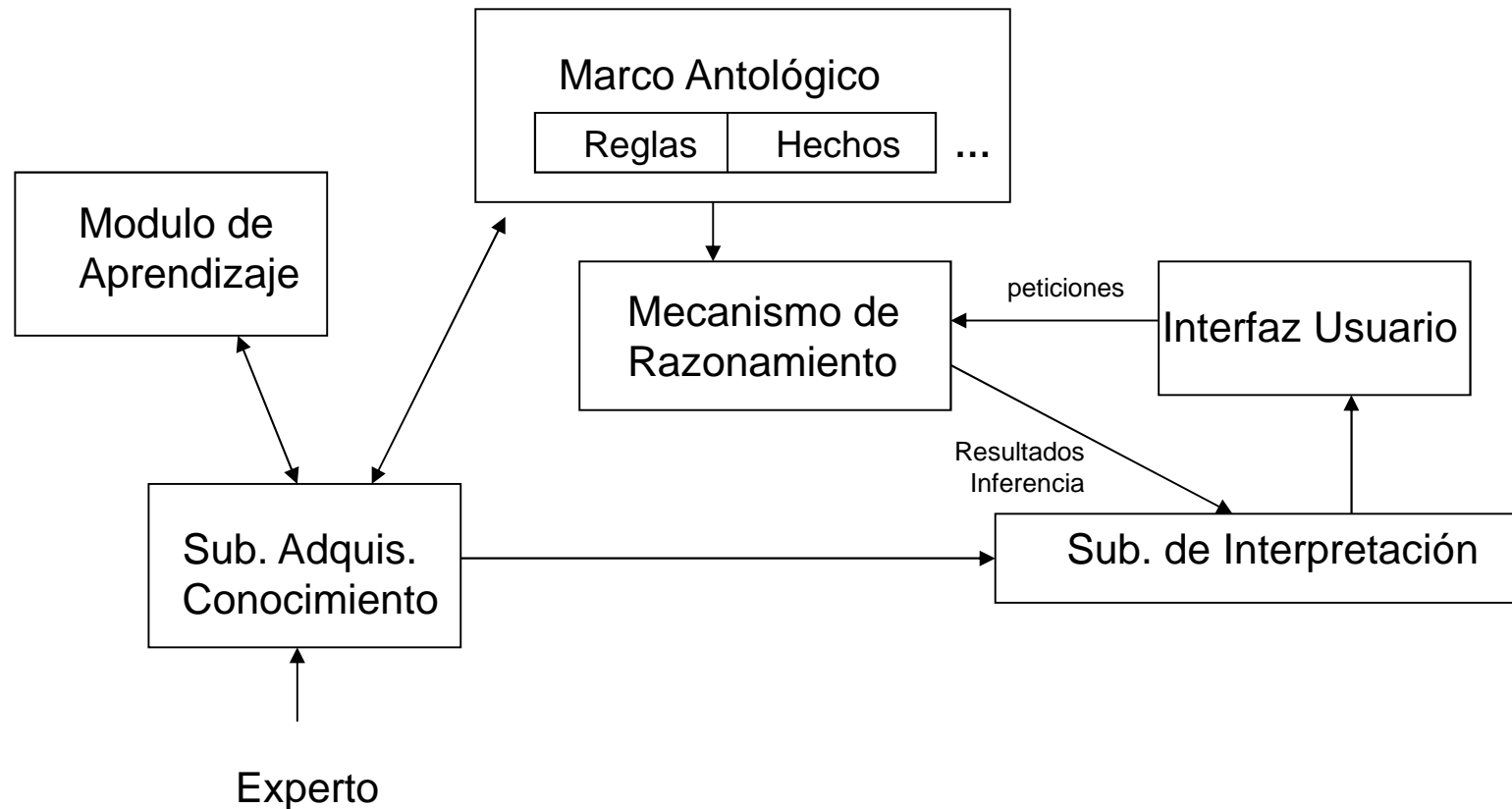
**Funciones de pertenencia para
presión**

CASOS DE ESTUDIO 3

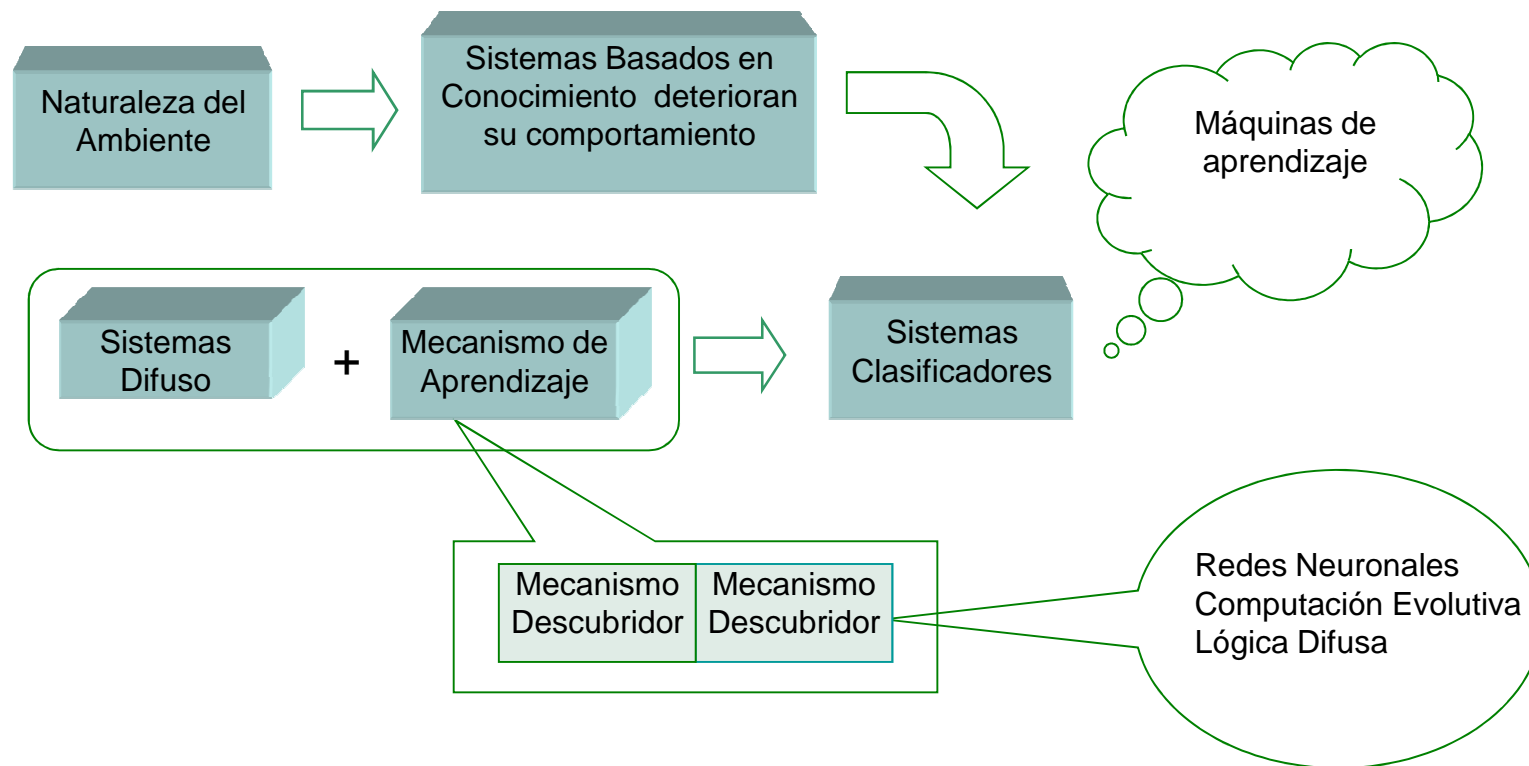
SISTEMA DE CONTROL PARA UN TANQUE

1. Si Valvula1 == grande Y Valvula2 == grande Y Presión < 5 Entonces Valvula1 = mediana Y Valvula2 = pequeña.
2. Si Valvula1 == mediana Y Valvula2 == grande Y Presión > 10 Entonces Valvula1 =pequeña Y Valvula2 = grande.
3. Si Valvula1 == grande Y Valvula2 ==mediana Y Presión > 10 Entonces Valvula1 =pequeña Y Valvula2 = mediana.
4. Si Valvula1 == grande Y Valvula2 == mediana Y Presión >= 5 Y Presión <=10 Entonces Valvula1 = grande Y Valvula2 = pequeña.
5. Si Valvula1 == pequeña Y Valvula2 == grande Y Presión < 5 Entonces Valvula1 = grande Y Valvula2 = pequeña.
6. Si Valvula1 == pequeña Y Valvula2 == grande Y Presión < 5 Entonces Valvula1 = grande Y Valvula2 = pequeña.

Sistemas Basados en Conocimiento

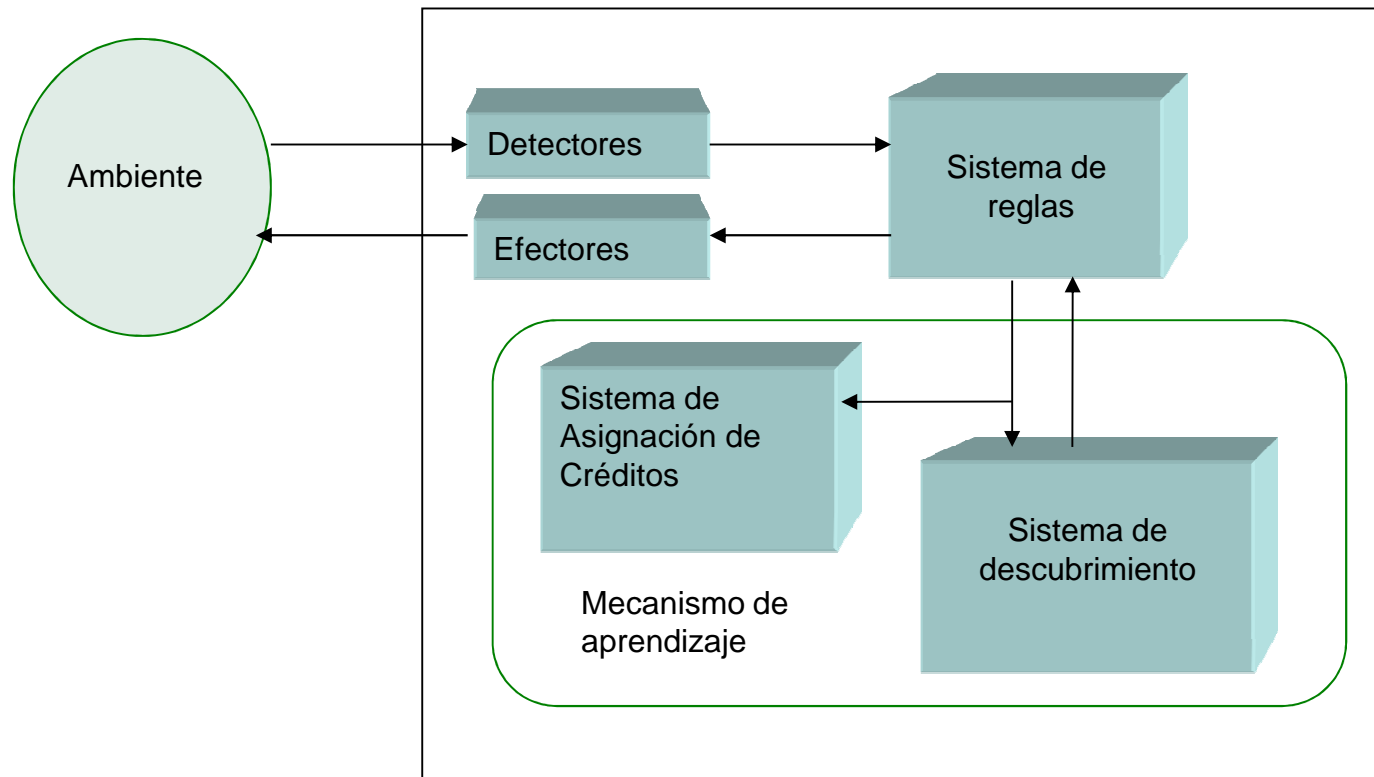


Máquinas de Aprendizaje

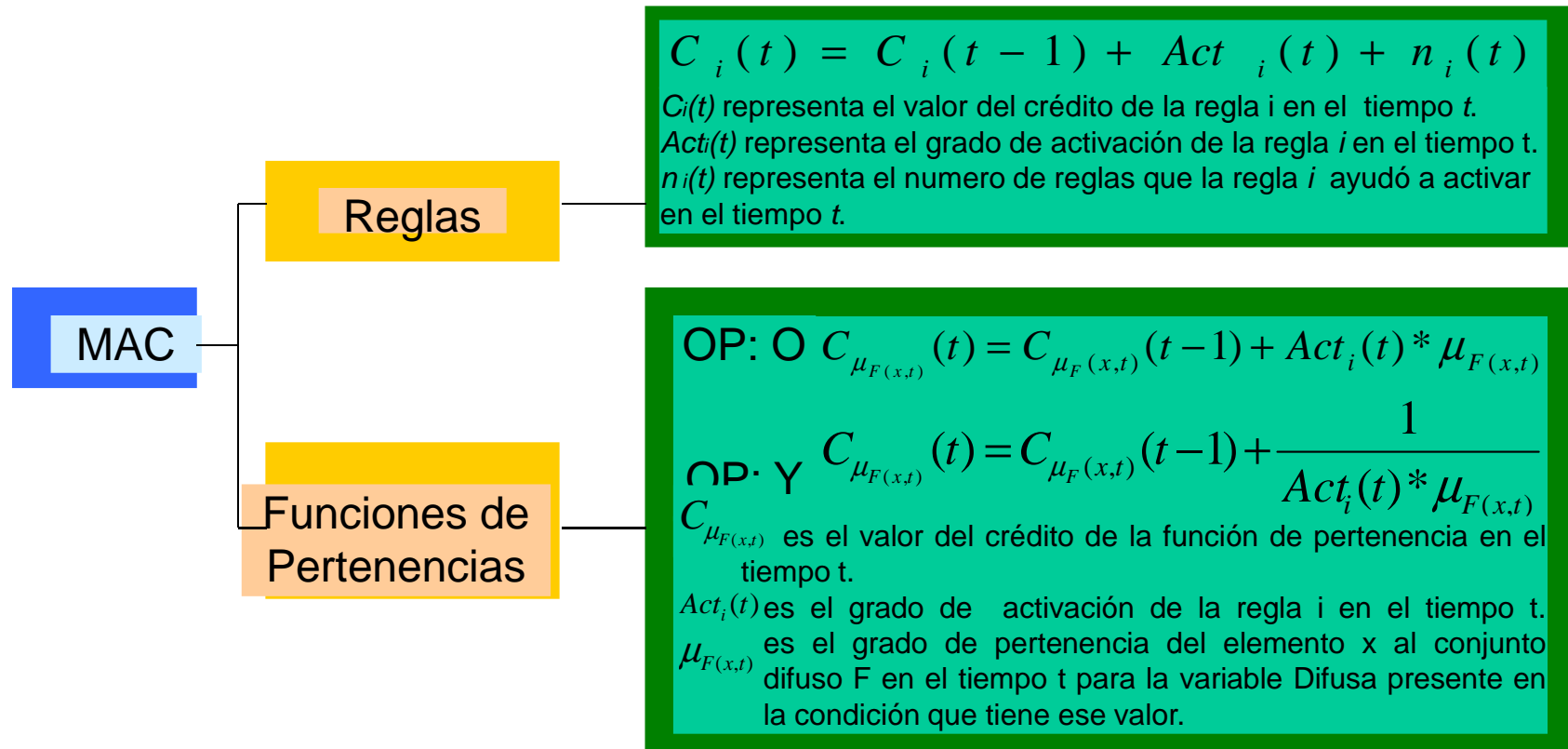


SISTEMAS CLASIFICADORES

Aprendizaje

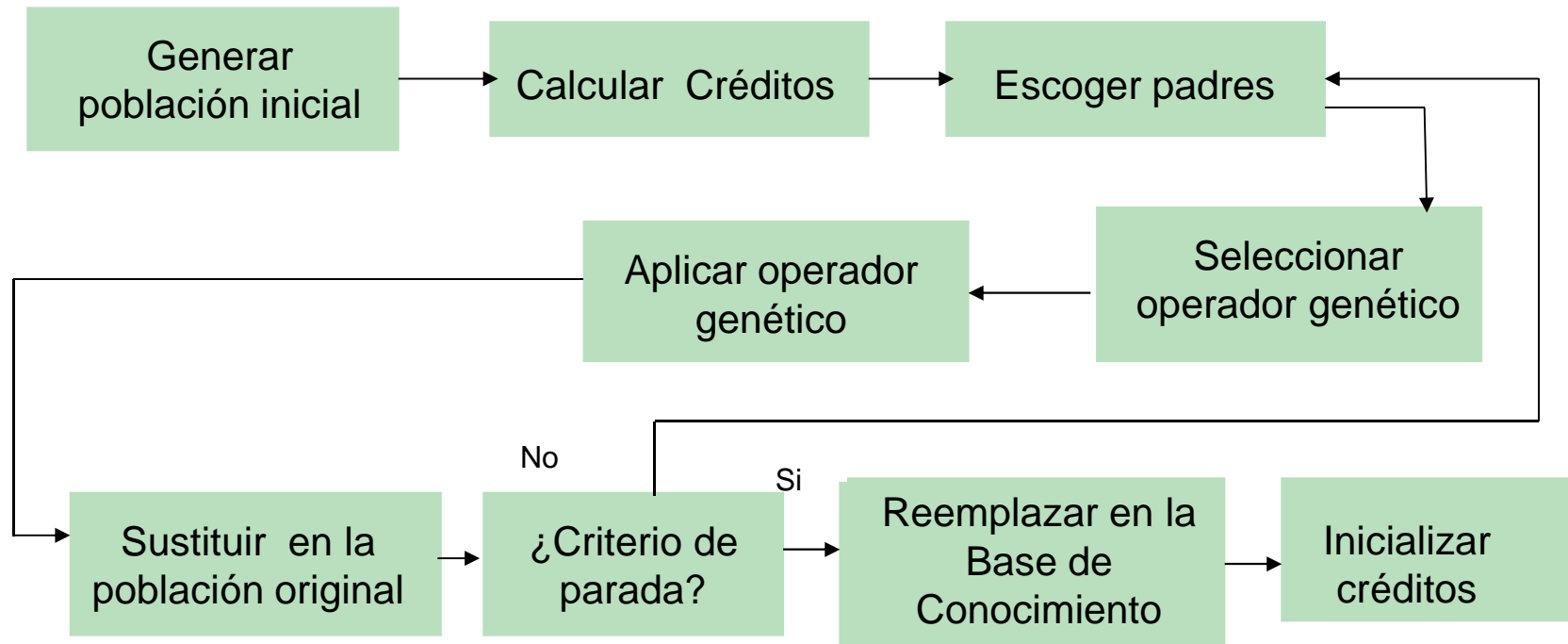


Aprendizaje

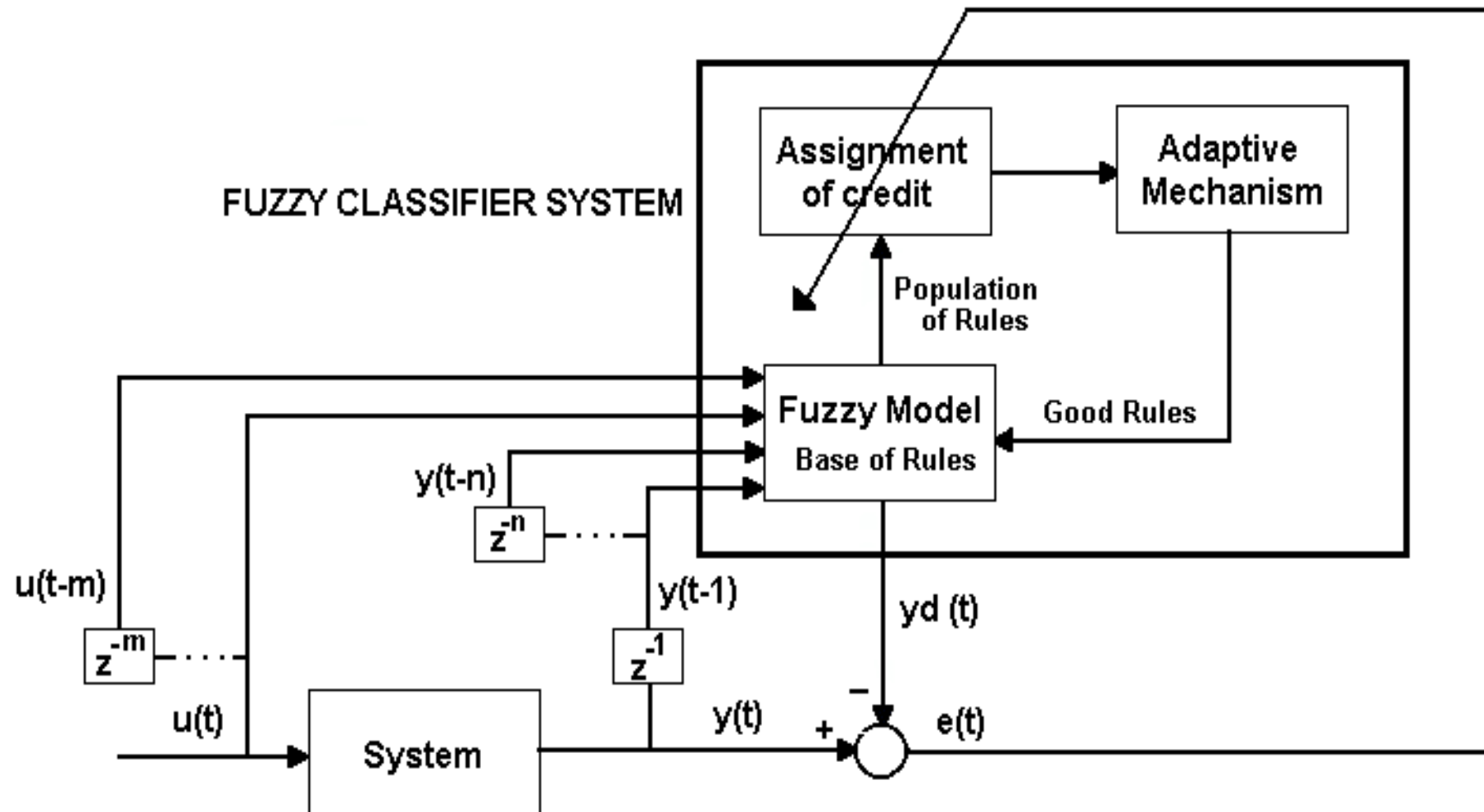


Aprendizaje

EVOLUCIÓN DE REGLAS



Sist. Clasificador Difuso



Sist. Clasificador Difuso

1. Calcular el **grado de activación** de c/regla.
2. Calcular el **crédito** de c/regla activada.
3. **Defuzificar** la salida obtenida del sistema difuso por el mecanismo de inferencia difuso.
4. Calcular el **error de identificación** er .
5. Calcular el error promedio ep , para todos los **patrones procesados**.
6. Si ep es mas grande que el error limite dado por el usuario, entonces el SCD usa el **mecanismo adaptativo** basado en AGs.
 - 6.1 **Escoger** como padres las reglas con alto créditos valor).
 - 6.2 Aplicar los **operadores genéticos**.
 - 6.3 **Reemplazar** los individuos viejos por nuevos, según algún mecanismo de reemplazo.

Sist. Clasificador Difuso

Error de identificación para cada patrón.

$$er = |(y_s - y_d)/y_s|$$

$$ep = \sum_{i=1}^m er/m$$

y_s salida sistema real y_d salida modelo, m numero de of patrones.

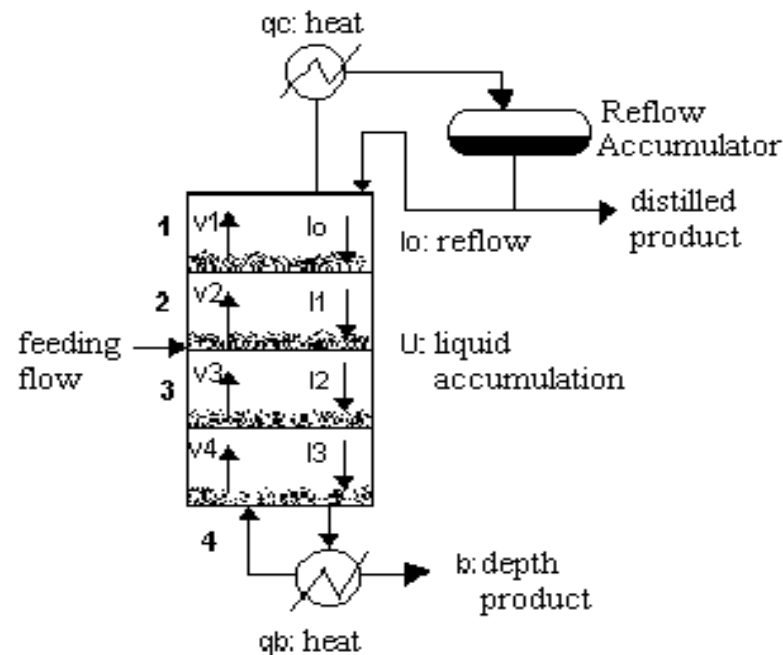
- **Funcion de calidad**

- $S_i(t+1) = S_i(t) + Act_i(t) * \mu y_i / ea$ (3)

$Act_i(t)$ grado de activación regla i en tiempo t , ea es el error absoluto ($ea = y_s - y_d$) y μy_i es el grado de membrecía.

EJEMPLO

- Sistema de destilacion: separar 2 mezclas en varias fracciones con diferentes puntos de ebullicion.



EJEMPLO

- Señal de entrada constante con un paso de amplitud=10 ($U(t) = 10$).
- Modelo teórico:

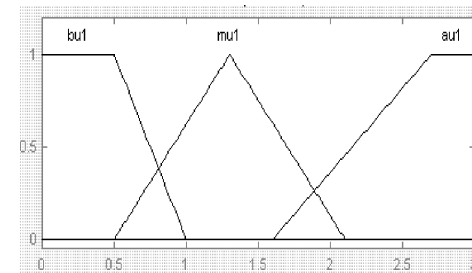
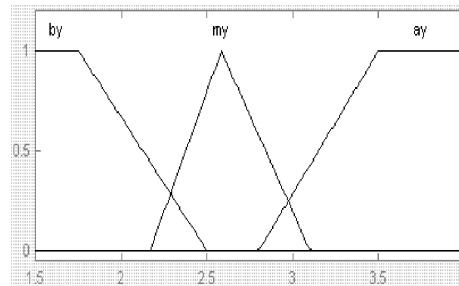
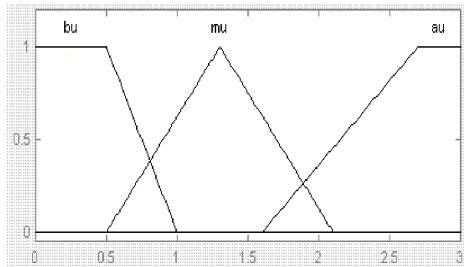
$$Y(t) = 1.1148 * Y(t-1) + 0.2525 * Y(t-2) - 0.3823 * Y(t-3) + 0.3294e-4 * U(t-1)$$

EJEMPLO

- Estructura regla genérica:

If $U(t)$ and $Y(t-1)$ then $Y(t)$

- Función de Membrecía de $U(t)$, $Y(t-1)$ y $Y(t)$.



EJEMPLO

- Diferentes experimentos para inicial población reglas.
- Se encontró para 87 iteraciones, mejor modelo difuso:

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ

If $U(t)$ is μ and $Y(t-1)$ is μ_1 then $Y(t)$ is μ



sistemas lógicos difusos temporales

Jose Aguilar Castro

Lógica Difusa (tiempo)

- CLÁSICO:

- NO CAMBIA FUNCIÓN DE PERTENENCIA
- X CAMBIA EN EL TIEMPO

$$\mu_f(x^t) \text{ y } \mu_f(x^{t+1})$$

- DEPENDENCIA DEL TIEMPO:

- FUNCIÓN DE PERTENENCIA CAMBIA EN EL TIEMPO
- X CAMBIA EN EL TIEMPO

$$\mu_f^t(x^t) \text{ y } \mu_f^{t+1}(x^{t+1}) \text{ o } \mu_f(x^t, t) \text{ y } \mu_f(x^{t+1}, t+1)$$

Lógica Difusa (tiempo)

- Tasa de Confidencia:

$$R_f = -v[(\mu_f(x^t) - \mu_f(x^{t+1}))/\delta t]$$

- Reglas temporales

- Si A es D y B es F y $R_A < 2$ entonces C es G
- Si $A^{t=1}$ es D y $A^{t=2}$ es H y $B^{t=2}$ es F y $R_B^{t=1} < 5$ entonces C es G

Modelos difusos dinámicos adaptativos

$R^1 : \text{SI } x_1 \text{ es } F_1^1 \text{ Y } \dots \text{ Y } x_n \text{ es } F_n^1 \text{ ENTONCES } y \text{ es } G^1$

- **Definición 1.** Una función de membresía es **dinámica** si su **estructura o parámetros dependen dinámicamente del tiempo**.
- **Definición 2.** Un modelo difuso es dinámico si sus **funciones de membresía** son **dinámicas**.

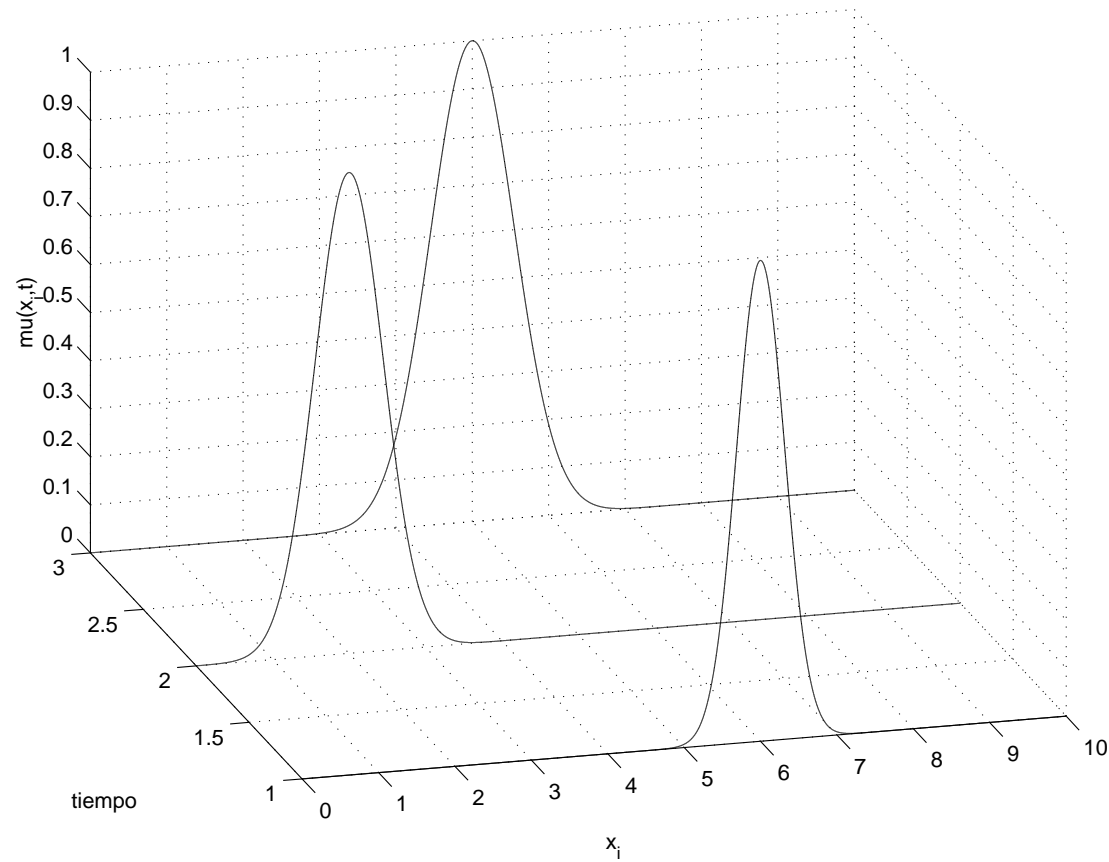
Modelos difusos dinámicos adaptativos

- **Definición 3.** Sea $x(t_j)$ el valor de la variable difusa x en el instante de tiempo t_j . La **función de membresía gaussiana dinámica** $\mu_F(x, t_j)$ que determina el grado de pertenencia de $x(t_j)$ al conjunto difuso F sobre un universo de discurso U , se define como:

$$\mu_F(x, t_j) = \exp \left[- \frac{(x(t_j) - \alpha(\underline{v}, t_j))^2}{\beta(\underline{w}, t_j)} \right]$$

donde $\alpha(\underline{v}, t_j)$ y $\beta(\underline{w}, t_j)$ son **funciones dependientes del tiempo**, \underline{v} y \underline{w} son vectores de **parámetros ajustables**,

Modelos difusos dinámicos adaptativos



Modelos difusos dinámicos adaptativos

- **Definición 4.** Sea $y(t_j)$ el valor de la variable difusa y en el instante de tiempo t_j . El centro de la función de membresía dinámica que determina el grado de pertenencia de $y(t_j)$ al conjunto difuso G sobre un universo de discurso V , es definida como $\gamma(\underline{u}, t_j)$, la cual es una función dependiente del tiempo, \underline{u} es un vector de parámetros ajustables,

Modelos difusos dinámicos adaptativos

- **Definición 5.** Sean $x_i(t_j)$ los valores de las variables de entrada x_i al MDAD en el instante de tiempo t_j para generar la salida $y(t_j)$. **Método de defusificación centro promedio**

$$y(\underline{X}, t_j) = \frac{\sum_{l=1}^M \gamma^l(\underline{u}^l, t_j) \left(\prod_{i=1}^n \exp \left[-\frac{(x_i(t_j) - \alpha_i^l(\underline{v}_i^l, t_j))^2}{\beta_i^l(\underline{w}_i^l, t_j)} \right] \right)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \exp \left[-\frac{(x_i(t_j) - \alpha_i^l(\underline{v}_i^l, t_j))^2}{\beta_i^l(\underline{w}_i^l, t_j)} \right] \right)}$$

Modelos difusos dinámicos adaptativos

- **Definición 6.** La **estructura genérica** de las funciones $\alpha_i^l(\underline{v}_i^l, t_j)$, $\beta_i^l(\underline{w}_i^l, t_j)$ y $\gamma^l(\underline{u}^l, t_j)$ del MDAD, vienen definidas por las ecuaciones siguientes:

$$\alpha(\underline{v}_i^l, \bar{x}_i(t_j)) = v_i^l \frac{\sum_{k=1}^j x_i(t_k)}{j}, \quad \bar{x}_i(t_0) = x_i(0) \quad \gamma^l(\underline{u}^l, t_j) = u^l \bar{y}(t_j)$$

$$\beta_i^l(\underline{w}_i^l, \sigma_i^2(t_j)) = w_i^l \left(\frac{\sum_{k=1}^j (x_i(t_k) - \bar{x}_i(t_k))^2}{j+1} + \varepsilon \right) \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad \sigma_i^2(t_0) = 0$$